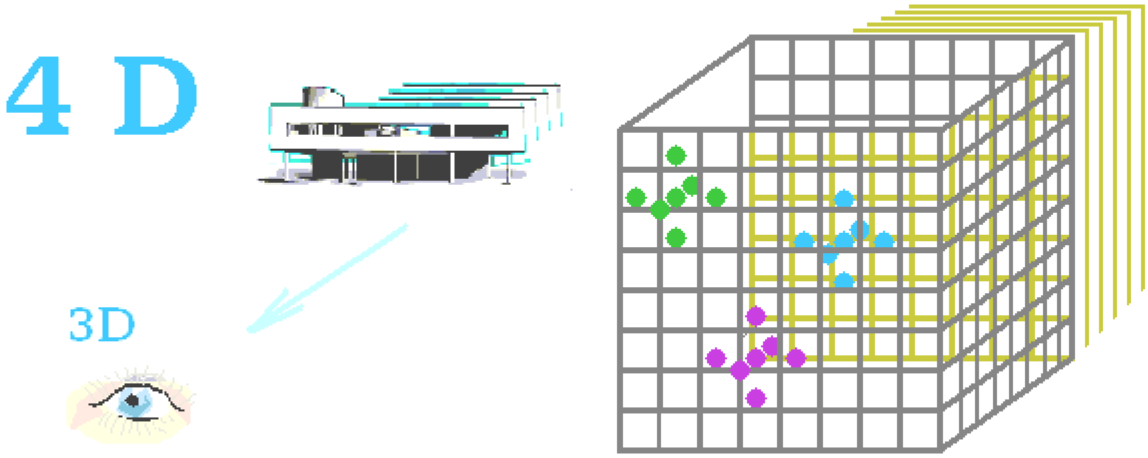
Ve čtyřrozměrném prostoru

Bohumír Tichánek



Výpočet úhlopříčky 4D krychle

Diskrétní zrak ve 4D prostoru

Vznik čtyřrozměrné krychle

Osm povrchových krychlí

Symetrie 4D krychle

Rozvinutý tvar 4D krychle

Podložit smyslové vnímání

Kvadrant, oktant, šestnáctina

Otočení krychle ve 4D prostoru

Poznámka: diskrétní prostor × perspektiva

Obsahuje 73 obrázků

OBSAH

"Neomezujme Vesmír tak, aby odpovídal hranicím naší představivosti!
Rozšiřujme naše vědění, aby co nejlépe pokrývalo obraz Vesmíru."

Francis Bacon (1561 – 1626)

Předmluva

I.

V šestnáctém století Simon Stevin zasáhl do vývoje matematiky. Doplnil, že čísly jsou i ty výrazy, jejichž velikost nikdy nelze vypočítat - například Ludolfovo číslo nebo odmocnina ze dvou.

Zavedená iracionální čísla od té doby důkladně využíváme. Pomohla vývoji matematiky. Největší z matematiků vytvořili nauku, která přibližuje nejsoucí výsledky na libovolný počet desetinných míst. Technika prokázala důležitost zvolených postupů. Vždyť jsme se dostali na Měsíc, nepřímo i na Mars. Důkladně využíváme něco spekter elektromagnetických vln, a tak dál.

Zpracování lineárního Euklidova prostoru, jenž iracionality obsahuje, je úspěchem matematiky. Následně zůstává náš popis Vesmíru, k němuž užíváme iracionalit, jen přibližný. Podle nás je Vesmír matematicky nepřesný, což obvykle nezdůrazňujeme.

Vyhledání skutečné velikosti, například Ludolfova čísla nebo odmocniny ze dvou, ze tří, z pěti a tak podobně, je nemožné - protože ta neexistuje.

II.

Jinou možností, jak popsat Vesmír, je bodový - diskrétní prostor, podobný šachovnici. Vzdálenosti a velikosti všech fyzikálních veličin získávají konečnou velikost. Celá čísla, popisující hmotu v diskrétním prostoru, určují náš svět v úplné přesnosti. A především, údaje z tohoto bodového prostoru lze přepočítat do našeho vnímání, do perspektivního zrakového prostoru.

Rovněž informatika přešla k číslicovému zpracování dat. Digitalizace jim dovoluje výhradně konečnou velikost.

III.

Zpracování geometrických vícerozměrných prostorů, ve spojitém Euklidově prostoru, je mi nepředstavitelné. Naopak je řešitelné řadit objemy jeden za druhým a tak zobrazovat čtyřrozměrná tělesa, v souladu s rovnicemi. Pak i všechny ostatní objekty řeším diskrétně - objem skládám z rovinných vrstev, plochu z úseček, úsečku z bodů.

Zvoleným přístupem zmizí například definice bodu Euklidova prostoru - bod, jako nekonečně malý objekt. Kdežto v diskrétním prostoru bod zaplní nachystanou posici.

– Bod je informací 1 bitu o zaplnění posice diskrétního prostoru.
– Posice je paměťovým místem, jež obsahuje informaci 1 bitu.

IV.

Modely, předložené v knize, byly sestavené tak, aby po přepočtu vyjádřily konstrukci světa v souladu s požadavkem zrakového smyslu. Viz další v adrese www.tichanek.cz.

Bohumír Tichánek, 13. 12. 2013 - 1. 9. 2015

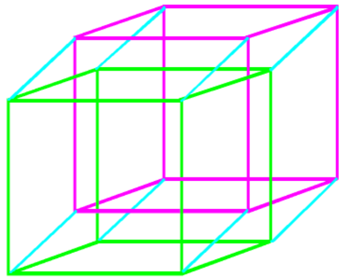
0. Poznámka

Zde objekty nepřevádím z diskrétního prostoru do perspektivy. Proto čtverce a krychle snadno zobrazuji nakresleným postupem a nikoliv jako postavené na vrchol či roh. Tím by se, při otáčení objektu, body přibližovaly a vzdalovaly vůči ose; počítáno na kroky bodového prostoru.

Z takto umístěného čtverce či krychle by v perspektivním prostoru nevznikla kružnice či koule.

1. Vznik čtyřrozměrné krychle

V různých oborech poznání, nejen ve fyzice, se pracuje s pojmy vícerozměrných prostorů. Známé obrázky ukazují jen osm povrchových krychlí čtyřrozměrné (4D) krychle. Zde bodové obrázky pomáhají posoudit, jak 4D prostor účinkuje. Postup je přístupný našim smyslům a tím nám přibližuje obtížně srozumitelné 4D konstrukce.



Obr. 1.1. Čtyřrozměrná krychle - drátěná)

*) *Průmět 4D krychle je zjednodušený. Popíšu příklad 3D krychle, kterou pozorujeme v různém otočení. Buďto z ní uvidíme jen čtverec nárysu, anebo několik jiných obrazců, které patří několika jejím stěnám. Avšak neuvidíme současně čtverec nárysu a k tomu několik bočních stěn v zešikmení.*

Z důvodu snadného nakreslení je tedy obrázek 4D krychle v tomto nepřesný. Ukazuje nezkosenou čtvercovou přední stěnu s dalšími obrazci, což přesnému promítnutí z 4D prostoru neodpovídá.

1.1. Úvod

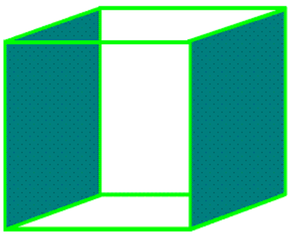
Zobrazení čtyřrozměrné (4D) krychle na 2D ploše je známé (*obr. 1.1.*). Jednoduše: čtyřrozměrná krychle vznikne ze dvou 3D krychlí, vhodně navzájem vzdálených. Všechny příslušné rohy obou krychlí jsou propojeny úsečkami - hranami 4D krychle. Podobně

- čtverec vznikne, propojí-li se dvěma novými úsečkami koncové body, jež patří dvěma původním úsečkám.

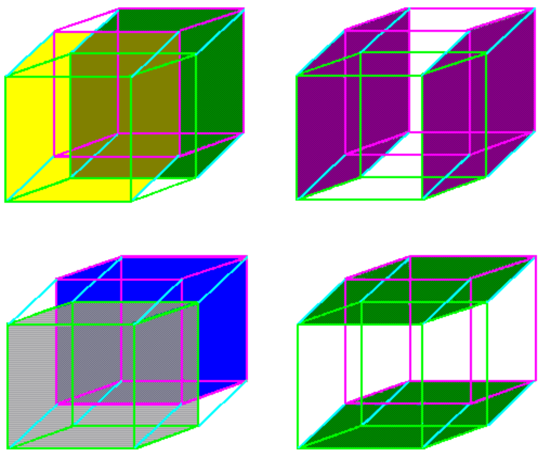
- krychle vznikne, propojí-li se čtyřmi úsečkami čtyři vrcholy dvou rovnoběžných čtverců - stručně popsáno.

Jenže takové vysvětlení nás nechává být pouhými uživateli prostoru, aniž by nás přiblížilo poznatku, jak se vyrábí prostor, jaká je asi jeho podstata.

Jindy si zakládáme na tom, že krychli dělá šest čtverců. Tři dvojice tvoří její 2D povrch (*obr. 1.2.*).



Obr. 1.2. Vyznačený 2D povrch krychle



Obr. 1.3. Vyznačený 3D povrch 4D krychle - všechny čtyři dvojice

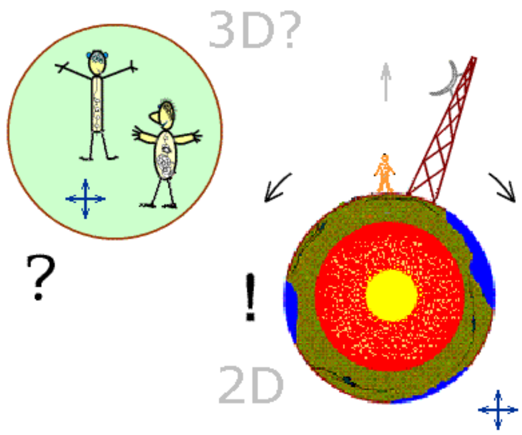
Podobně 4D krychli dělá 8 krychlí. Zobrazují se postupně čtyři dvojice shodných krychlí (*obr. 1.3.*). Vzájemně se od sebe neliší. Jen promítnutím na plochu se jejich pravoúhlý tvar zkreslí – deformuje.

Podobně je tomu i u krychle, zobrazené na ploše, jejíž povrchové čtverce se mění v kosodélníky.

Považuji za méně podstatné, že čtyřrozměrnou krychli dělá 8 krychlí - tvoří její trojrozměrný povrch. Jinou podstatu konstrukce sleduji až ve 2. a 3. kapitole.

1.1.1. Dvojrozměrný svět

Běžně literatura uvažuje 2D tvora, který žije na zeměploše (*obr. 1.4. vlevo*). Jenže to není domyšlené srovnání; pod tělem je podložka, a to v nejsoucím - třetím směru.



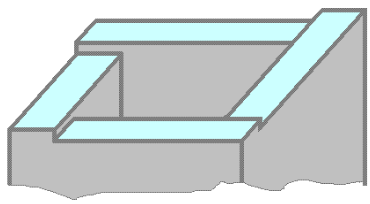
Obr. 1.4. Stínový tvor v 2D světech

Raději vložím plošného člověka do prostředí, které odvozuji z trojrozměrného světa (*obr. 1.4. vpravo*). Na pravém kruhu postavy provozují podobné činnosti, jako my na Zemi. Mohou stavět směrem nahoru. Létat do svého vesmíru. Stačí jim k tomu dva rozměry.

My z 3D vidíme dovnitř 2D objektů jejich světa. Například do jejich těla nebo do zeměkruhu. Z obrázku na papíře umíme vygumovat předmět, nakreslený tam v ohrádce. Aniž bychom ohrádku porušili. Podobně uvažujeme, že hypotetický 4D tvor vidí dovnitř našich 3D těl, případně dokáže vyjmout předmět z uzavřené krabice.

Zobrazit vyšší rozměr v méněrozměrném prostředí je ošemetné, ukázat např. 3D objekt zde na 2D ploše.

Věž má navrchu schody (*obr. 1.5.*). Všechny příslušné hrany stěn jsem kreslil vzájemně rovnoběžné. Přesto zobrazená situace není uskutečnitelná ve 3D prostředí našeho světa. Předložený obrázek neposlouží jako plánek k postavení věže. Vždyť schody na obrázku stále stoupají.



Obr. 1.5. Toto není 3D věž

* * *

Obrázek s vyznačenými hranami - drátěný model - nesdělil to hlavní (*obr. 1.1.*):

Kde je ten 4D prostor, jakým způsobem se nějaká dutina 4D krychle využívá?

Ve starověku dosáhl učenec úspěchu v matematice, když rozdělil těleso na vrstvy. Zde podobně čtyřrozměrnou krychli vytvořím v diskrétním prostoru. Skládání prostoru z bodů srozumitelněji navodí 4D podmínky než jeho spojité provedení.

Při hledání stavby vesmírného prostoru se inspiruji technikou. Popis stavby vícerozměrných prostorů může přispět k jejich budoucímu využití počítačovou virtuální realitou.

1.2. Konstrukce krychle

Obr. 1.6. Plošné vrstvy

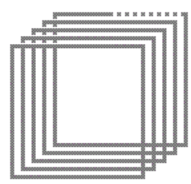
Konstrukci hmotného 3D tělesa lze vyjadřovat jiným způsobem. Žádný šikmý pohled - *wysiwyg*. Nýbrž těleso rozvrhnout do vrstev (*obr. 1.6.*). Ty pak lze umísťovat na plochu bez zkreslení šikmým pohledem.

Krychle je rozřezaná na libovolný počet vrstev.

V tomto provedení ji můžu představit i 2D tvorovi. Jenže mu tím nevysvětlím, jak se krychle používá - například jako místnost k bydlení.

Jiný způsob, jak zobrazit 3D objekt na ploše (*obr. 1.7.*). Naskládání čtverců za sebou je bližší skutečnosti; takhle lépe připomínají krychli. Ovšem 2D tvor namítne, že plochy takto skládat přes sebe v žádném případě nejde. Jejich překrytí není možné. On přece zná svůj svět. Tak jako ani my, ve svém světě, nevstrčíme objemová tělesa vzájemně do sebe, skoro do jednoho místa.

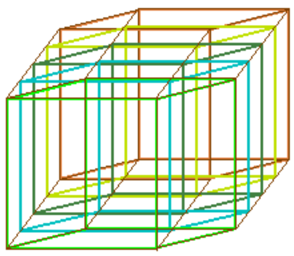
Nechejme tvorečka jeho osudu a nyní se podívejme k sobě.



Obr. 1.7. Složení 3D tělesa z vrstev

1.3. Konstrukce 4D krychle

Plošné vrstvy opouštím a přejdu do diskrétního prostoru. Stínový tvor nechce věřit, že plochy můžou sousedit ve 3. směru a tím poskládat 3D těleso.



Pro nás z toho vyplývá obdobné poučení. Složení 4D krychle z více objemů sděluje matematika. Tedy z krychlí, které se vzájemně prostupují - to podle našeho prvotního hodnocení (*obr. 1.8.*).

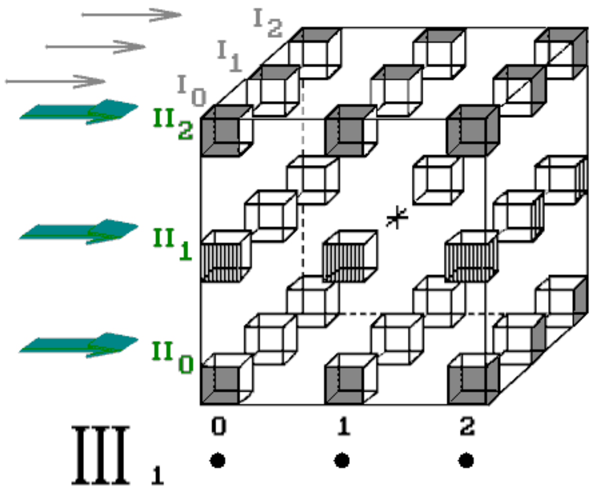
Ve skutečnosti - sousedící objemy, které tvoří čtyřrozměrnou krychli, jsou rozmístěny v neznámém 4. směru, v nám nezavedeném 4. směru. Objemy jsou vždy nepatrně posunuté. Krychle se neprostupují, tvoří jedinou čtyřkrychli. Podobně i vrstvy čtverců, tvořící krychli, měly každá svou samostatnou 2D existenci ve 3. směru.

Obr. 1.8. Pět bodových krychlí tvoří 4D krychli (pro přehlednost kresleno spojitě)

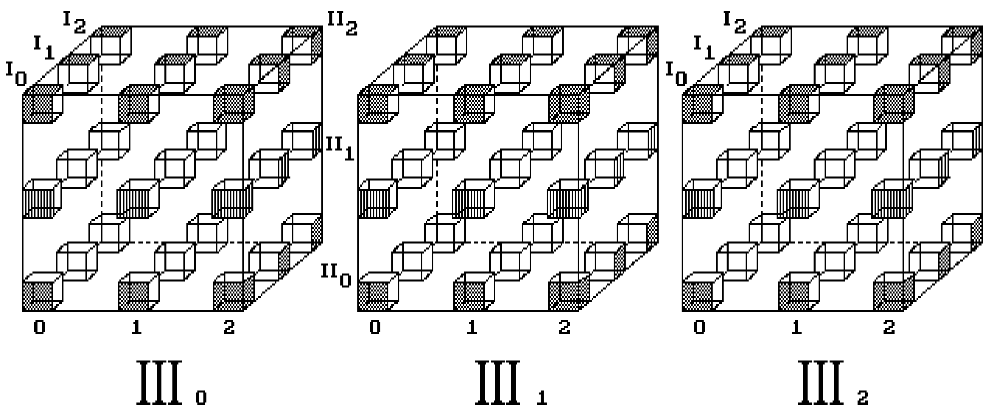
Čtvrtý rozměr nevnímáme, nelze však vyloučit, že až bude někomu ve vědomí sestrojen rastr 4D prostoru, bude potom možné… kdo ví, co. Zatím sice neumíme do vnímajícího vědomí vložit představu nějakého prostoru, alespoň se však snažím o promyšlení možné organizace takového nadprostoru.

Diskrétní krychli dělím do několika vodorovných vrstev (*obr. 1.9.*); zavádím 2D prostory II_0, II_1 a II_2. Každá vrstva je složená z 1D prostorů I_0, I_1 a I_2, jež obsahují číslované posice 0, 1 a 2. Posice hmotný bod buď obsahuje nebo ne. Hmotný bod je informací 1 bitu.

Tato krychle má v sobě dutinu, která pojme jeden bod. Dutina má souřadnici [III_1/II_1/I_1/1].



Obr. 1.9. Značení posic diskrétního prostoru



Čtyřrozměrná krychle, v diskrétním provedení, je složená ze tří krychlí (*obr. 1.10.*). To proto, že její hranu tvoří 3 body a podobně jednu krychli tvoří 3 vrstvy čtverců.

Obr. 1.10. 4D krychle o hraně délky 2 kroků (to značí 3 posice)

Rozvedu:
Tři body tvoří úsečku, tři úsečky tvoří čtverec, tři čtverce tvoří krychli - a proto tři krychle tvoří 4D krychli.

Bude-li mít čtverec stranu o 10 bodech, pak příslušná bodová čtyřkrychle bude složená z deseti 3D krychlí.

Prostor 4D (diskrétní) se vyznačuje tím, že pohybující se bod tam má ne 3, ale 4 směry k přeskočení (*obr. 1.11.*). Má ne 6, ale 8 posic sousedních:

1. vlevo – vpravo, 2. vpřed – vzad, 3. nahoru – dolů,

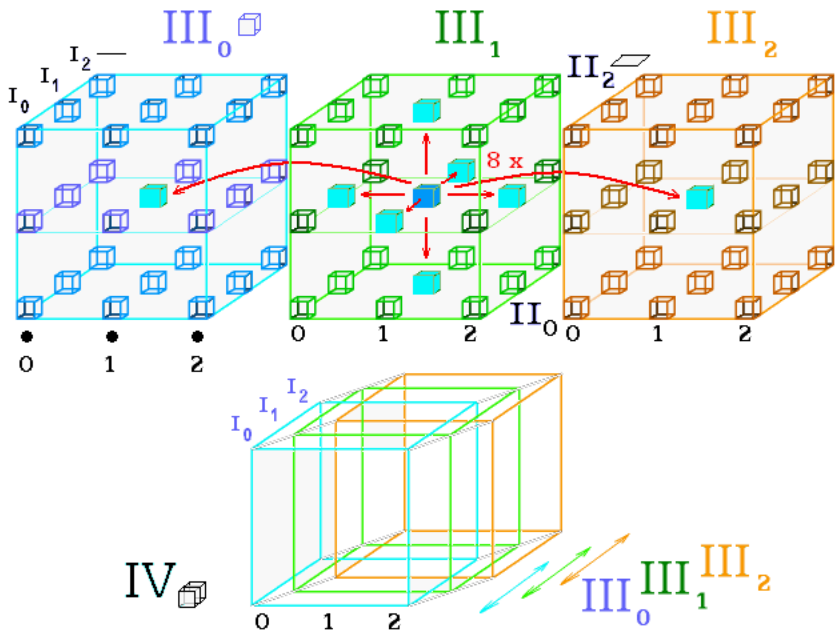
4. do sousedního (řekněme levého) 3D objemu (v něm do stejné posice) - do sousedního (řekněme pravého) 3D objemu (v něm do stejné posice).

Do každé z osmi sousedních posic je vždy stejná vzdálenost - 1 krok.

Dole je 4D krychle promítnutá na plochu, s prostupováním objemových vrstev. Vždy sousední krychle je o jednu posici diskrétního prostoru posunutá, v nám neznámém 4. směru.

Neuvažuji spojitou konstrukci 4D tělesa. Jednotlivé objemy jsou samostatné, uložené posunutě. Podobně vznikly čtverce ploch, tvořící krychli, stejně tak vznikly čtverce z rovnoběžných úseček a úsečky nutně vznikly z oddělených bodů.

Právě bodový prostor zavádí jednoznačně určené směry, kdežto ve spojitém prostoru by jejich upřesňovaní nikdy neskončilo.



Obr. 1.11. Diskrétní 4D krychle, promítnutá na plochu.

(Hrany kreslené zjednodušeně, jako spojité)

1.4. Kde je ten 4D prostor, jakým způsobem se v 4D prostoru nějaká dutina využívá?

Na otázku odpovídá mechanický model - obrázek bodové 4D krychle. Prostor ve 4D krychli umožňuje pohyb v mnoha sousedních objemových vrstvách. Když my přecházíme z pokoje do pokoje velkého bytu, pak vykonáme mnoho kroků, než dojdeme k dalším dveřím. Ale 4D krychle umožňuje přecházet sousedními pokoji tak, že jediným krokem jsme hned v tom sousedním. Přičemž je to mimořádně krátký krok.

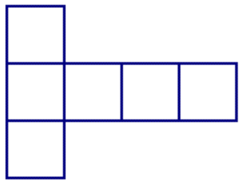
Trojrozměrná moucha se nachází ve 4D prostředí. Letí v jedné z mnoha 3D místností. Při pohybu si vybírá jeden ze čtyř směrů - 1. nahoru, 2. vlevo, 3. dopředu nebo i 4. směr, do sousedního pokoje, do té samé posice, jakou měla v předchozím pokoji. Ve spojitém makroskopickém prostředí může tyto směry kombinovat, jakoby se nepřesunovala pravoúhle.

Případně může být moucha čtyřrozměrná. To značí, že její 4D tělo je sestavené z mnoha objemů, kterými obsazuje mnoho sousedních bodových 3D prostorů. Podobně, jako se skládá 3D objekt z mnoha sousedních ploch. Stejným postupem lze vysvětlovat i kreslit tvorbu prostorů s ještě více rozměry.

Diskrétní prostor má oporu v zavedené Planckově délce asi $1{,}616 \cdot 10^{-35}$ m. Ta může určovat vzdálenost mezi dvěma sousedními posicemi prostoru. Racionální přepočet do našeho spojitého vnímání, vybaveného ideálně oblými kružnicemi, se nabízí (www.tichanek.cz/g3v/interakce-prostoru-IIIv.html).

Diskrétní prostor řeší konstrukci (www.tichanek.cz/g6/universum-1D-2D-3D-VI.html) různěrozměrných prostorů.

2. Rozvinutý tvar 4D krychle

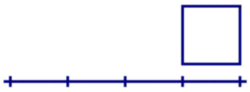


Obr. 2.1. Rozvinutá krychle

2.1. Rozvinutí krychle

Rozvinutým tvarem krychle lépe posoudíme její povrch - šest čtverců (*obr. 2.1.*).

Čtverci takový úkon neděláme – vždyť čtyři shodné úsečky jeho obvodu vidíme snadno.

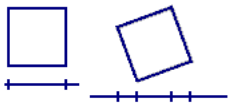


Obr. 2.2. Rozvinutý čtverec

2.2. Rozvinutí čtverce

Jak by však pohled na rozvinutý tvar čtverce řešil 2D stínový tvor? Jeho vidění je jen jednorozměrné. Snadno by znázornil všechny čtyři strany čtverce jako úsečky na přímce (*obr. 2.2.*).

Až teprve 1D tvor, ve svém přímkovém světě, by měl se zobrazením 2D čtverce podobné obtíže, jako mají 3D lidé se 4D krychlí. Musel by čtverec modelovat jako úsečku (*obr. 2.3. - vlevo*). Nebo v šikmém pohledu se mu promítne několik stran naráz, ovšem již se zkreslenými - nestejnými délkami (*obr. 2.3. - vpravo*). To v principu připomíná deformace krychlí, jež tvoří stěny 4D krychle. Při promítání na plochu vidíme jejich tvary nečekaně změněné.



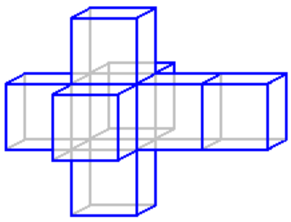
Obr. 2.3. Čtverce promítané do 1D prostoru

Kdežto strany rozvinutého čtverce jsou obsáhnuty, 1D světem, bez zkreslení (*obr. 2.2.*).

2.3. Rozvinutí 4D krychle

Se znalostí, že 4D krychle se skládá z osmi povrchových krychlí, lze navrhnout její rozvinutý tvar. Obrázek není složitý.

- 2D čtverec se rozvine v 1D prostoru v úsečky. Jeho strany sousedí svými krajními body (*obr. 2.2.*).
- 3D krychle se rozvine v 2D prostoru ve čtverce. Její stěny sousedí svými hranami, tedy stranami čtverců (*obr. 2.1.*).
- 4D krychle se rozvine v 3D prostoru v krychle. Její stěny (krychle) sousedí svými 2D stěnami, tedy stěnami krychlí (*obr. 2.4.*).



Obr. 2.4. 4D krychle rozvinutá do tří pravoúhlých směrů

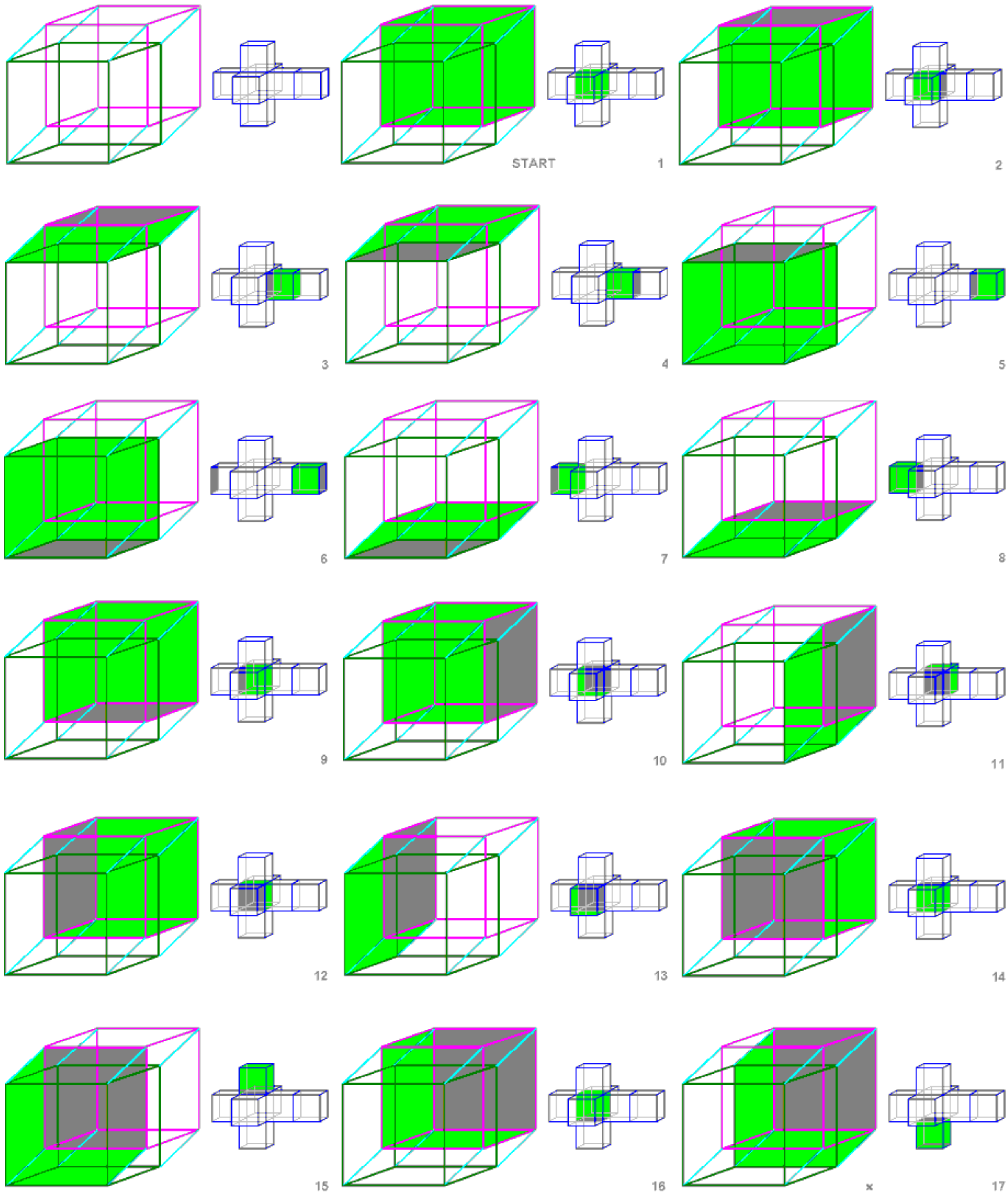
2.1. Tabulka k rozvinutým tvarům

Objekt	Hranici objektu tvoří několik útvarů:	Dotek hraničních útvarů zajišťuje:
2D čtverec	1D strany	0D bod
3D krychle	2D čtverce	1D strana
4D krychle	3D krychle	2D stěna
5D krychle	4D krychle	3D krychle

2.4. Rozvinutí 4D krychle

Rozvinutí 4D krychle, do 3D prostoru, je promítnuté na 2D plochu (*obr. 2.5.*). Výsledek lze srovnávat se známým průmětem 4D krychle na 2D plochu. Nebo se, pro srovnání, vracet k *2.1.* obrázku rozvinuté krychle.

Po startu následují celkem čtyři krychle, tedy čtyři 3D stěny (*1. - 8. snímek*). Potom, do jiného směru, 5. a 6. krychle (*11. a 13. snímek*), nakonec 7. a 8. krychle (*15. a 17. snímek*). Vybarvuje se jedna krychle po druhé a zdůrazní se, kterou šedou stěnou dvojice sousedí.



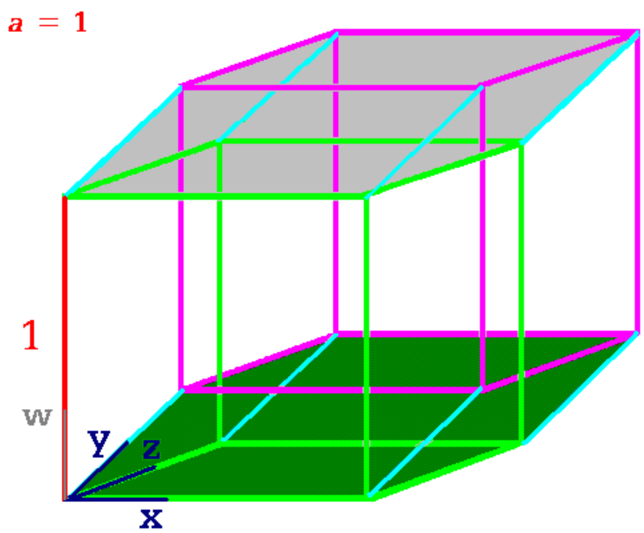
Obr. 2.5. Krychle 4D s rozvinutým tvarem (18×)

3. Výpočet úhlopříčky 4D krychle

Pochopení hmotné sestavy Vesmíru napomůže k osvojení zásad, jež jsou v něm zavedené. Vždyť i podzemní krasová jeskyně, v přírodě, se liší od podzemního betonového krytu. Promyšlenou stavbu řídil stavbyvedoucí, kdežto vznikající jeskyně byla ponechaná sama sobě.

3.1. Použité symboly

a ... hrana 4D krychle
n ... počet rozměrů prostoru
u_2 ... délka úhlopříčky čtverce
u_3 ... – " – krychle
u_4 ... – " – 4D krychle
x, **y**, **z** ... osy 3D kartézského prostoru
w ... 4. osa 4D kartézského prostoru



Obr. 3.1. Jednotková 4D krychle - obvyklý průmět na plochu v Euklidově prostoru. Jedna z osmi povrchových krychlí je vybarvená zeleně. Čtvrtý směr ve 4D prostoru vystihuje červená hrana 4D krychle

3.2. Úvod - délky úhlopříček

Geometrii Vesmíru popisuji mechanickými modely. V dalším znázorním výpočet úhlopříčky 4D krychle.

Délka úhlopříčky jednotkového *n*-rozměrného čtverce v prostorech:

- 1D - úsečka. Úhlopříčku neuvažuji
- 2D - čtverec. Délka činí √2
- 3D - krychle. Délka činí √3
- 4D - zdálo by se, že úhlopříčka 4D krychle by měla následovat délkou √4 = 2. Jenže taková následnost se v matematice vždy nevyskytne. Například režim stavby *n*-rozměrných kružnic uvažuje matematika odlišně. Nesleduje, že počet prostorových rozměrů roste aritmetickou řadou, nýbrž výpočty rozděluje do dvojic (www.tichanek.cz/gp7/vypocet-1D-kruznice.html).

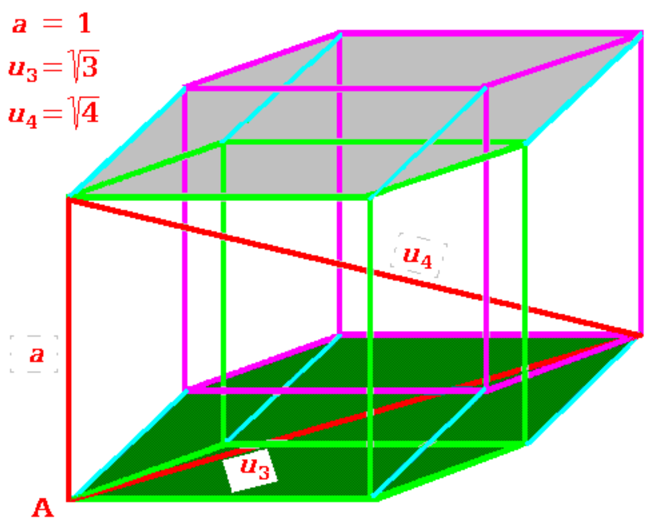
3.3. Zavedení

Délku úhlopříčky 4D krychle ověřím geometrickým modelem. Dbám povrchu 4D krychle, tvořeného 8 krychlemi (*obr. 1.3.*). Výpočtu pomůže zelená krychle (*obr. 3.1.*).

3.4. Výpočet

Zelená krychle je deformovaná natočením ve 4D prostoru. Její tvar je sice překvapivý, ale podobně bývàme zvyklí sledovat i deformované čtverce při promítnutí krychle na plochu. Ale přesto - promítnutá do 2D prostoru ukazuje, jak využít tělesovou úhlopříčku u_3 pro výpočet čtyřúhlopříčky u_4 (*obr. 3.2.*).

Délku 4D úhlopříčky počítám obdobně jako úhlopříčku pro krychli nebo pro čtverec. Zde budou proměnnými v Pythagorově větě: a, u_3 a u_4. Dosadím délku hrany 4D krychle a = 1, délku tělesové úhlopříčky krychle $u_3 = \sqrt{3}$ a výsledkem bude délka čtyřtělesové úhlopříčky u_4 pro 4D krychli.



Pythagorovou větou:

$a^2 + u_3^2 = u_4^2$

$1^2 + (\sqrt{3})^2 = u_4^2$

$u_4^2 = 4$

$u_4 = 2$

Jednotková 4D krychle má čtyřtělesovou úhlopříčku o délce 2.

Obr. 3.2. Pythagorova věta v promítnuté 4D krychli

3.5. Otázka

Nutno ověřit, zda mezi hranou čtyřkrychle $a = 1$ a mezi 3D úhlopříčkou $u_3 = \sqrt{3}$ je vůbec pravý úhel. Bez něj by se, obvykle úslužná Pythagorova věta, nemohla použít. Výpočet je sice v pořádku, vždyť výsledek odpovídá známým poznatkům, ovšem tyto stránky dbají mechanických modelů, jež vedou k virtuální podstatě Vesmíru, ve kterém žijeme. A zde pouhý pohled, na nakreslený model, nám pravý úhel nezaručí (*obr. 3.2.*).

Nazývat obrázek 4D krychle modelem je možná zvláštní, ale u bodových modelů speciální teorie relativity už je zřejmé, že nejde o pouhé obrázky (www.tichanek.cz/g7v/7obr9@.gif). Vždyť jsou rozpohybované.

Otázky čtyřrozměrné krychle se stávají srozumitelnějšími, když je posuzuji bodovým geometrickým modelem. Kdežto věda dosud nerozhodla o důležitosti diskrétního pojetí prostoru v našem Vesmíru. Tentokrát však hledám řešení v Euklidově 4D prostoru, promítnutím do 2D prostoru.

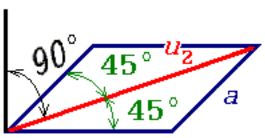
Svět nám není daný rovnicemi, nýbrž smyslovými představami. Smyslové vjemy, popisující náš svět, vyčísluje matematika. Následně je potřebné vracet matematické postupy zpět, do obrázků - modelů. A jimi ověřit, jak vlastně svět funguje, jaký je mechanický model Vesmíru.

Najít výpočetní zákony, pro velikost elektrického proudu, bylo snazší, než popsat jeho hmotnou podstatu!

3.6. Odpověď

Z rohu **A** zelené krychle vycházejí tři její hrany a její tělesová úhlopříčka u_3 (*obr. 3.2.*). Víme, že tělesová úhlopříčka u_3 není v krychli nikdy kolmá k žádné ze tří zavedených hran.

Z vrcholu čtverce vycházejí dvě strany a úhlopříčka (*obr. 3.3.*), která také není kolmá k žádné z obou stran. Avšak když se čtverec stane základnou krychle, pak ona úhlopříčka čtverce je kolmá k třetímu směru, nyní zavedenému. V každém rohu krychle je každá stěnová úhlopříčka kolmá k jedné ze tří hran.



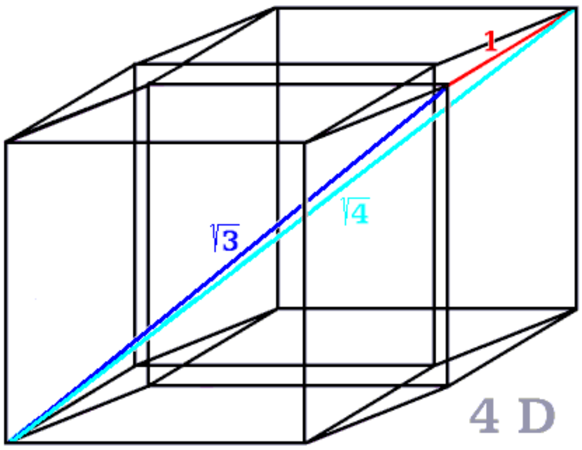
Obr. 3.3. Stěnová úhlopříčka krychle je kolmá k jedné hraně ze tří

- Při stavbě n-rozměrného čtverce v n-rozměrném prostoru, jehož povrchovou stěnou je (n–1)-rozměrný čtverec, vzniká nová hrana. Ta je v n-rozměrném prostoru kolmá k úhlopříčce původního (n–1)-čtverce (n–1)-rozměrného prostoru.
- Při stavbě 4D krychle v 4D prostoru, jejíž povrchovou stěnou je krychle 3D prostoru, vzniká nová hrana. Ta je v 4D prostoru kolmá k úhlopříčce původní krychle 3D prostoru.

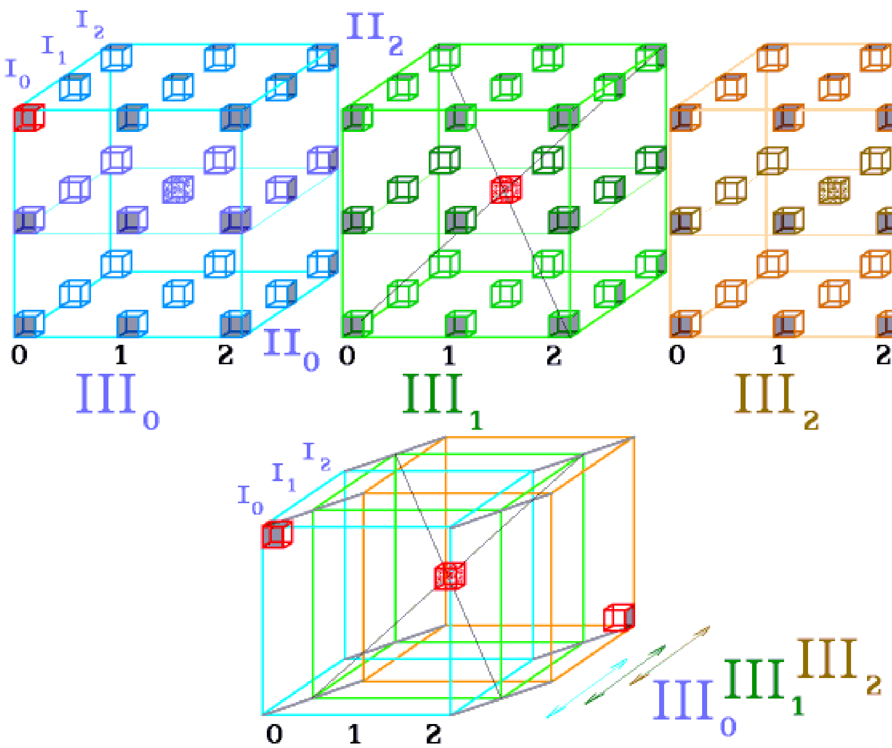
Takže tělesová úhlopříčka u_3 není kolmá k žádné ze tří hran krychle, ale je kolmá ke 4. hraně čtyřkrychle. Ta se objeví po zavedení 4D prostoru. Tímto názorem se obhajuje provedený výpočet; červená čtyřkrychlová hrana *a* je kolmá k tělesové úhlopříčce u_3 zelené povrchové krychle.

Pythagorova věta je, v tomto řešení v Euklidově prostoru, použitelná.

Matematika je vybavená pro své úkoly; dá-li výsledek, záleží ještě na jeho zhodnocení. Nedopustil se cestou řešitel dělení nulou? Natož, když výsledek zaručeně nevzniká...



Obr. 3.4. Jednotková 4D krychle. Strany pravoúhlého trojúhelníka dle Pythagorovy věty

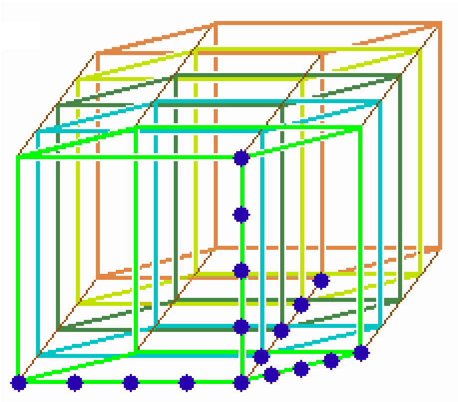


Obr. 3.5 Úhlopříčka čtvrtého rozměru bodové 4D krychle

4. Symetrie 4D krychle

4.1. Úvod

Při pohledu na obrázek 4D krychle člověk váhá, zda snad tento objekt je nesymetrický. Vždyť ho tvoří 3D krychle, poskládané jen v jednom směru (*obr. 4.1.*). Spíš připomíná jakýsi delší hranol než symetrické těleso, jakým jsou krychle nebo čtverce.

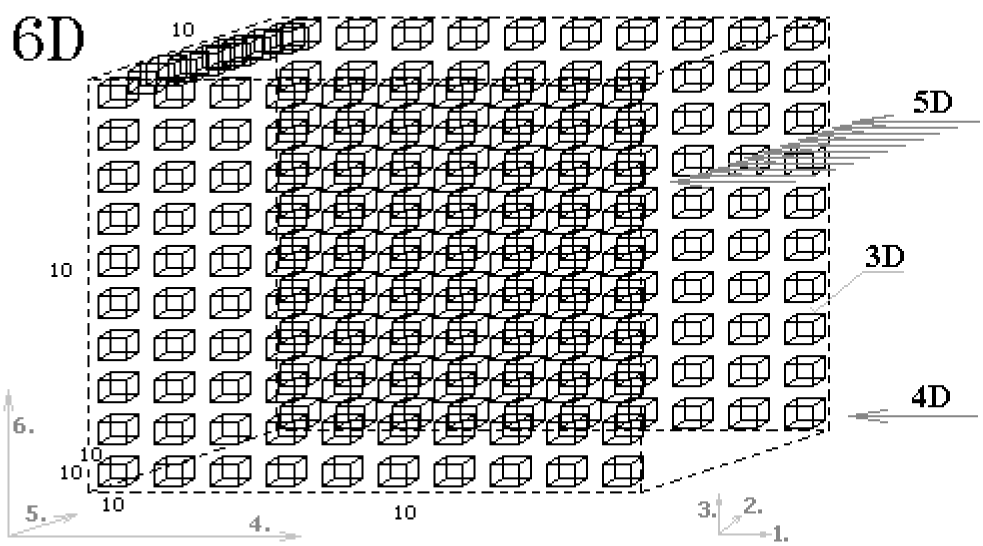


Obr. 4.1. 4D krychle sestavená z 3D krychlí. Užité sousední objemy jsou rozmístěné ve 4. směru, pravoúhlém vůči známým třem pravoúhlým směrům

Poznámka: Krychle 4D jednoduše kreslená úsečkami, i když ji uvažuji složenou z bodů.

To snad až v šestirozměrném prostoru je tamní krychle symetrická?

4.2. Krychle 6D



Obr. 4.2. Prostor 6D

*Řada 3D prostorů (4D prostor) je nakreslená bez vzájemných průniků objemů.
Také sousední 4D prostory (tedy řady krychlí, jež tvoří 5D jako čtverec) jsou kreslené stejně tak, bez průniků. A rovněž čtverce 5D prostorů se vzájemně nepronikají.*

*(Většinu 3D krychlí si nutno domyslet, nebyly zakresleny)
Směry rozměrů 1. se 4. a také 3. s 6. jsou zde shodné. Hrana krychle a = 10 bodů*

V šestirozměrném prostoru má posice 12 sousedních posic, a do kterékoliv se bod dostává jedním krokem (*obr. 4.2.*). Vládne v něm 6 vzájemně pravoúhlých směrů.

Ke geometrickému zhodnocení šesti pravoúhlých směrů nebyla naše mysl vybavena; žijeme ve třech vzájemně pravoúhlých směrech.

Z lidských smyslů bývá nejdůležitější zrak. Lidské vědomí vyhodnocuje především 2D zrakové perspektivní zážitky. Vysvětluji je přepočtem (www.tichanek.cz/g3v/interakce-prostoru-IIIv.html) z diskrétního prostoru a nikoliv zorným úhlem Euklidova prostoru.

4.3. Zrak 4D tvora

Ve zrakovém vnímání 4D tvorů bývá 4D krychle podobně deformovaná, jako když my lidé pozorujeme 3D krychli, různě natočenou. My i oni sledujeme povrchy těles, ale oni vnímají navíc i celý objem 3D tělesa. Zírají všechny posice, vnitřku a vnějšku 3D krychle, naráz.

My vnímáme celou 2D plochu čtverce, například přední stěnu krychle a to je zase 2D stínovému tvoru neuvěřitelné; ten by ze čtverce vnímal jen úsečku. Nahoru, vysoko nad čtverec, by se vznést nemohl.

My, z celé krychle, vidíme buďto jedno anebo druhé. Buďto čelní čtverec anebo povrchové zkreslené čtverce, natočením a perspektivou deformované. Jsou celkem dva nebo tři a to podle natočení krychle vůči pozorovateli.

Zkreslení čtverců naší krychle odpovídá, ve 4D prostoru, zkreslení tvaru osmi povrchových krychli.

Čtyřrozměrný tvor může mít 4D krychli před sebou natočenou tak, že ji svým 3D viděním vnímá jako 3D krychli. Nikoliv jako pouhý čtverec, podle našeho vidění. Svým 4D zrakem (www.tichanek.cz/gp9/diskretni-zrak-ve-4D-prostoru.html) proniká do objemu jen první ze 3D krychlí. Pokud se mu však 4D krychle natočí šikmo, pak vnímá částečně i vnitřek dalších krychlí, a ty jsou mu zkreslené, tedy objemově deformované.

4.4. Symetrie I

Povrch 4D krychle tvoří osm 3D krychlí (*obr. 1.3.*). Kteroukoliv z těchto čtyř dvojic lze určit za 3D základnu 4D krychle. Tím se ukazuje 4D krychle jako naprosto symetrická, obdobně jako naše 3D krychle, nebo 2D čtverec, nebo 1D úsečka. Pouze přenosem na plošný obrázek jsou ony, stejné krychle, tvarově zkreslené.

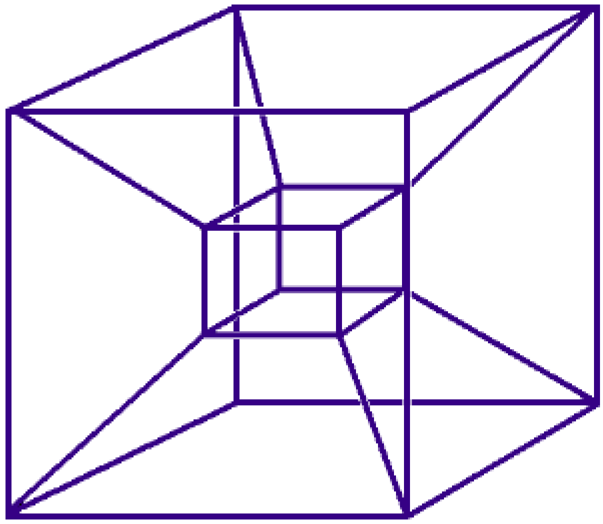
4.5. Symetrie II

Nebo jiným způsobem sleduji symetrii tohoto 4D tělesa. Jeden bod ať je umístěný v jednom z osmi objemových okrajů. Posoudím délku jeho cesty ve 4D krychli o hraně *a* = 10 bodů. Od jedné 3D podstavy ku protější 3D podstavě ho odděluje přesně 9 kroků. Vyjde-li z kterékoliv bodové posice vybrané okrajové krychle, pak skončí naproti v obdobně umístěné posici. 4D krychle je symetrická.

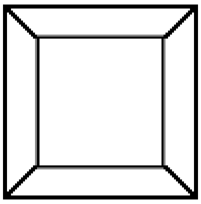
4.6. Velikostní nesymetrie

Vyskytují se taková zobrazení 4D krychle, která ukazují okrajové krychle v rozdílné velikosti (*obr. 4.3.*). Jedna je vevnitř druhé, to snad jen jedna z nich je okrajová? Jak asi takový model 4D krychle zdůvodnit?

Nabízí se hledat vysvětlení ve vlivu perspektivy - proto ať je vzdálenější krychle zmenšená. Takovou možnost odvozuji z pohledu na drátěnou krychli, jež je zkosená perspektivou (*obr. 4.4.*).



Obr. 4.3. Krajní krychle vevnitř 4D krychle



Obr. 4.4. Krychle v perspektivě (drátěná)

4.7. Závěr

Při prvním seznámení člověk váhá nad sestavou krychlí, připomínající hranol. Avšak přístup k diskrétnímu prostoru situaci osvětlí.

V krychli, sestavené z navrstvených čtverců, bod v posicích může přeskakovat v rámci jednoho čtverce. Anebo skočí do sousedního čtverce, vždy do stejné posice v něm, jakou měl v původním.

Podobně ve 4D krychli. Bod přeskočí buďto do sousední posice ve své krychli, do jedné ze šesti posic. Anebo přeskočí do předepsané posice sousední krychle. Tudíž otázný pohled na promítnutou 4D krychli, připomínající hranol, nic neznamená. Její symetrii určuje stejný počet kroků, kterým bod projde skrz 4D krychli, v kterémkoliv ze čtyř směrů.

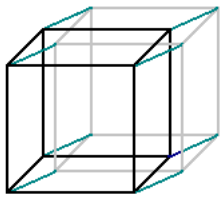
Bez mechanického modelu konstrukce prostoru se vnucuje příliš jednoduchý názor na nesymetrii 4D krychle. Na nutnost pouhých násobků 3D. Promýšlením mechanického modelu vychází, že 4D prostor je izotropní, že má všechny směry prostorově rovnocenné.

5. Osm povrchových krychlí

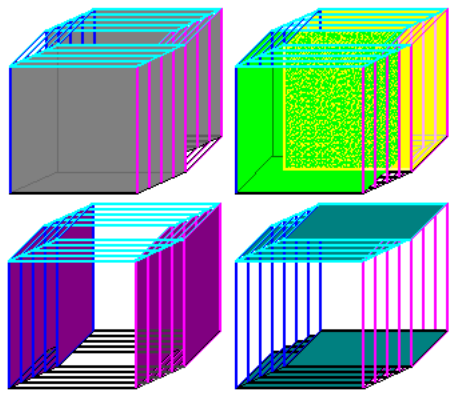
Při pohledu na osm povrchových krychlí vše sleduji nejprve s nedůvěrou. Osm povrchových krychlí snad spotřebovalo všechny body, co se ve 4D krychli vyskytují? To posuzuje tento článek.

5.1. Úvod

Čtyřrozměrnou krychli lze promítnout do roviny (*obr. 5.1.*).



Obr. 5.1. Krychle 4D



*Obr. 5.2. Zdůraznění osmi krychlí,
jako povrchu 4D krychle.*

Úsečka má 2 konce - body,

obvod **čtverce** tvoří 4 úsečky,
u **krychle** je povrchem 6 čtverců a
povrch **4D krychle** tvoří 8 krychlí (*obr. 5.2.*).

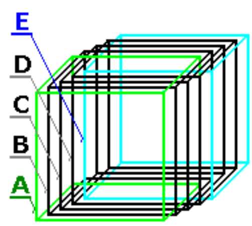
Čtyři dvojice krychlí navozují představu, že snad všechny body diskrétního prostoru se už spotřebovaly. Žádné nezbudou na plnohodnotný 4D prostor?

Žádná z osmi povrchových krychlí nezajišťuje svým bodům plnohodnotný bodový 4D prostor. Vždyť body okrajových krychlí mají, obvykle jednu z osmi sousedních posic, již mimo konstrukci 4D krychle. Kdežto plnohodnotný bod 4D krychle má všech osm sousedních bodů uvnitř 4D krychle.

5.2. Stavba 4D krychle

Při stavbě krychle, ve 3D prostoru, nedbám jejích šesti stěn. Nýbrž vrstvím rovnoběžné čtverce, aby vznikl objemový prostor krychle.

Podobně ve 4D prostoru; obrázek obvodových osmi krychlí považuji za málo podstatný. Nýbrž krychli vytvořím řadou navrstvených krychlí, ve 4. směru (*obr. 5.3.*). Do 2D obrázku se promítají ve vzájemných průnicích; vjem 3. a 4. směru v něm chybí.



*Obr. 5.3. Řada krychlí vytvoří 4D krychli
(bodová sestava pro názornost kreslená úsečkami)*

Tato nepatrná čtyřkrychle má hranu pouhých 5 bodů. Sestává z pěti krychlí: ze 2 okrajových A a E, a ze 3 krychlí vnitřních, značených B, C a D. Vnitřní posice těchto tří vnitřních krychlí poskytují bodům plnohodnotný 4D diskrétní prostor. Mají vždy 8 sousedních posic, do kterých se bod přesune jedním krokem. I po přesunu takový bod zůstává součástí 4D krychle.

Kdežto body, vnitřní součásti osmi krajních krychlí (*obr. 5.2.*), můžou opustit sestavu 4D krychle. K úniku se jim nabízí většinou jen jediný z osmi možných kroků.

5.3. Rozdělení bodů 4D krychle

(*Viz též rámeček na konci textu.*)

Zde **neuvažuji drátěnou 4D krychli** - tvořenou toliko hranami. Tak obvykle 4D krychli kreslíme (*obr. 5.1.*). Aby čtyřtěleso udrželo v sobě vnitřní body - aby se 4D kapalina nevylila ze 4D krychle, muselo by osm krajních krychlí čtyřtělesa být plných. Podobně jako naše dutá krychle má šest svých stěn vyplněných body v posicích bodového prostoru.

Takže pokračuji 4D krychlí dutou plnostěnnou, která v sobě dokáže uschovat 4D bodový obsah. Jejími stěnami jsou plné 3D krychle. Každému bodu 4D prostoru se k přesunu nabízejí čtyři pravoúhlé směry.

~ *Dohoda:*

Krychli vytvořím z navrstvených **skutečných** čtverců. Dál rozlišuji **zdánlivé** čtverce. Povrch krychle je tvořen šesti čtverci. Dva, vzájemně protější na povrchu, zvolím jako skutečné, zbývající čtyři povrchové čtverce jsou **zdánlivé**.

Podobně 4D krychli navrhuji **ze sousedních bodových krychlí, jež se prostupují** v posunutí vždy o 1 bod. Ze všech 8 povrchových krychlí jich 6 nazývám **zdánlivými krychlemi**.

5.4. Smyslům přístupné vysvětlení vzniku povrchových krychlí

Čtyřrozměrnou krychli, ve spojitém provedení, kreslíme spojením dvou sousedních krychlí a to osmi novými hranami. Lze k tomu užít kteroukoliv z nabídnutých čtyř dvojic krychlí (*obr. 5.2.*). Např. dvojici zelené a žluté krychle nebo stejně tak dvojici fialovou.

Způsob kresby je známý, kdežto konstrukci hledám jiným postupem. V bodovém 4D prostoru vytvoří 4D krychli řada bodových krychlí, naskládaných v jednom směru za sebou (*obr. 5.3.*). Jak vznikají její objemové stěny, jejích osm plných krychlí - její 3D povrch?

Řada **pěti** krychlí ABCDE, rozmístěných ve 4. směru, dává vzniknout 3D krychlím (4D stěnám) čtyřrozměrné krychle. Příčinou je, že každá jedna krychle, z **pěti** seřazených krychlí, má šest stěn. Sousedstvím vždy **pěti** paralelních stěn od **pěti** krychlí se vytvoří jedna zdánlivá 3D krychle (4D stěna) (*obr. 5.2.*). Zdánlivých 6 krychlí je plných, nejsou duté. Vždyť byly vytvořeny plnými bodovými stěnami **pěti** dutých krychlí.

Znovu:
Každá z **pěti** řadových krychlí dává svých 6 stěn ke vzniku šesti (zdánlivých) povrchových krychlí. Zdánlivá krychle vznikne z **pěti** stěn, od **pěti** řadových (skutečných) krychlí.

Sedmou a osmou povrchovou krychli tvoří dvojice krajních (skutečných) 3D krychlí, od kterých stavba začala. Počátkem stavby však může být kterákoliv ze čtyř dvojic krychlí.

5.5. Závěr

Prostor našeho světa tvoří obrovské množství posic. Když uvážím Planckovu délku, pak metr délky tvoří $6{,}17 \cdot 10^{+34}$ posic. Nachází-li se náš 3D svět na povrchu čtyřrozměrné diskrétní krychle, pak vnitřních krychlí ke konstrukci Vesmíru je velmi mnoho.

Osm krychlí tvoří osm stěn 4D krychle. Zdůvodnění:

Řada například pěti krychlí ABCDE, umístěných ve 4. směru 4D prostoru, tvoří 4D krychli. Jedna každá z nich (např. A) má šest stěn. Protože řada krychlí ABCDE se prostupuje - sousedí ve 4. směru, jejich rovnoběžné stěny vždy vytvoří zdánlivou krychli. Zdánlivých krychlí vytvoří šest. Sedmá a osmá zdánlivá krychle je totožná s první (A) a poslední (E) krychlí z řady ABCDE.

6. Diskrétní zrak ve 4D prostoru

Potřebným smyslem, který orientuje tvora v prostoru, je zrak (www.tichanek.cz/g4v/interpretace-zrakovych-vjemu.html). K růstu intelektu sice bývá důležitější sluch; vždyť hluchý člověk obtížně komunikuje s druhými lidmi, takže získává méně myšlenek. Ovšem zvládat denní život beze zraku je obtížné. Naše vědomí vytváří, z obrovského množství informací trojrozměrného světa, jen dvojrozměrný obraz okolí. Dozvídáme se o jasu a barvě - vidíme rozmístění objektů. Údaje bývají dynamické, sledujeme změny těchto veličin.

V článku zkouším zobrazit, jakým způsobem může působit zrak v jiných prostorech. A to až ve čtyřrozměrném (4D) prostoru, pro nějakého tamního 4D tvora. Současná virtuální realita může směřovat k budoucímu vytvoření umělého 4D prostředí, tím zdůvodním hledání v tomto směru.

6.1. Zrakové vjemy

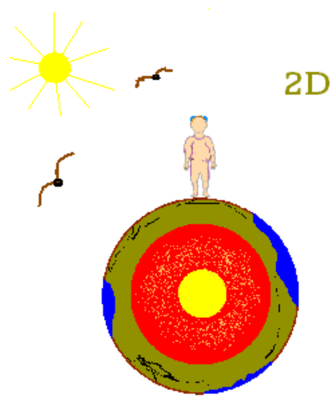
Zrak nám předkládá dvojrozměrný obraz okolí, podrobený perspektivě. Ta je našemu pobytu ve světě prospěšná - zrak obvykle ukazuje známé předměty a tehdy jejich relativní velikost napoví, jak jsou vzdálené. Proto i jednooký člověk může úspěšně řídit auto.

Každé ze dvou očí je umístěné v jiném místě prostoru. Zaostřením očí na předmět může člověk i upřesnit vzdálenost předmětu, jehož povrch pozoruje. Navíc - když se přivádí dvěma pozorovatelovým očím dva obrazy, pořizované vzájemně hodně vzdálenými kukátky, pak údajně je obraz ještě plastičtější než obvykle. Vjem postavení očních svalů napomáhá vzniku jistého pocitu hloubky 3D prostoru.

Je tím snad do vnímání zanesený i třetí rozměr? Domnívám se, že je to jen lidský pocit hloubky prostoru. I kdyby člověk získal ještě víc očí, porůznu rozmístěných v 3D prostoru, pak by mu stále zobrazovaly jen povrch rozmístěných objektů. Vnímání různě vzdálených povrchů neoznačím za vjem třetího rozměru. Při pohledu na obrázek, řekněme v prvním a ve druhém směru, můžeme očima zkoumat objekty bod po bodu, kdežto ve třetím směru do hloubky nevnikáme.

6.2. Vidění ve 2D světě

Vidění, v různěrozměrných prostorech, začnu posuzovat ve prospěch vymyšleného stínového 2D tvora. Stojí na svém 2D zeměkruhu, nad ním létají stínoví ptáci a září jeho 2D slunce (*obr. 6.1.*). Oči má umístěné na obvodě hlavy. Nezakreslím je tam, kde je máme my. Světlo plochého světa by do očí, až dovnitř jeho obličeje, nedošlo.



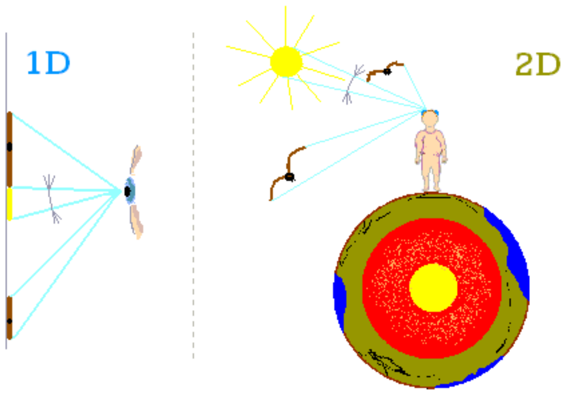
Obr. 6.1. Svět 2D

Stínovo vidění není dvojrozměrné, je jen přímkové. Vidí jen 1D obrysy okolních 2D objektů (*obr. 6.2.*). Délku objektů mu určuje zorný úhel.

Dvě oči zřejmě prospívají i stínovému tvoru. Prostor vnímá nadále v jednom rozměru - v jeho délce, ale oči, umístěné v různých místech na hlavě, jeho zážitek vylepší vjemy vzdálenosti objektů. Do hloubky objektů však nevnikají. Tvor nevidí obsah kruhu svého slunce, pouze čáru slunce.

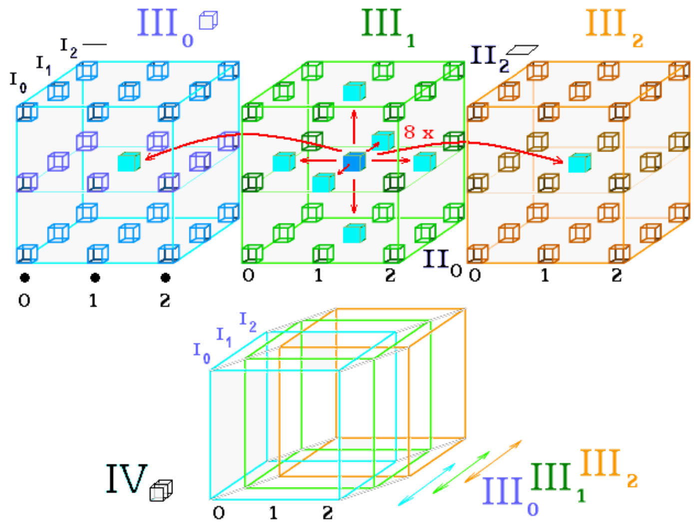
6.3. 4D prostor geometricky

Matematika již dávno zpracovala rovnice vícerozměrných prostorů. I obrysy 4D objektů řešila geometrie již v 19. století. Zde však jinak - sleduji prostor se všemi body, jež obsahuje.



Obr. 6.2. Vidění ve 2D světě

Prostor 4D je složený z mnoha objemů. Hloubat nad spojitým provedením geometrického 4D prostoru je obtížné, kdežto diskrétní provedení lze vysvětlovat snáze. Vyjít z podobnosti se složením objemu - z navrstvených ploch. Ve 4D prostoru ať jsou objemy umístěné jeden přes druhý a to ve 4. směru, který člověk nevnímá. Vzájemně se jakoby prostupují, vždy posunuté o 1 posici. Tím se jedné bodové posici zajistí náležitý počet osmi sousedních posic, vzdálených od ní ve všech směrech stejně daleko - 1 krok.



Obr. 6.3. Krychle 4D

Na ploše má bod diskrétního prostoru 4 jiné body sousední, v objemu jich má 6, takže ve 4D prostoru jich bude mít 8.

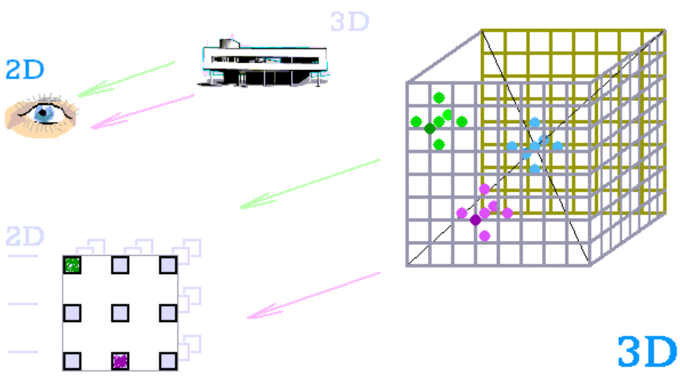
Sousední body upřesním. Každý bod 4D prostoru má nejen 6 sousedů našich známých směrů, ale ze svého objemu může přeskočit i do jednoho nebo druhého sousedního 3D objemu. Do stejně umístěné posice nového objemu. Šikmé kroky nejsou povolené.

Nakreslená krychle III_0 má hranu délky 2 kroků, obsahuje 3 body (*obr. 6.3.*). Tvoří ji tři vrstvy čtverců a proto ke vzniku 4D krychle je potřeba rovněž tří objemů, tří krychlí.

K představě pomůže názor o vzájemném pronikání sousedních objemů, v posunutí o 1 posici. Pak ve 4. směru bod přeskakuje stejně snadno, stejně blízko, jako v předchozích třech směrech.

6.4. Vidění ve 3D světě

Je známý názor Hermanna Helmholtze. Tvor 4D prostředí, sledující náš svět, by viděl dovnitř našich 3D objektů. Toho přístupu užívám, abych hrubě znázornil princip oka 4D tvora.



Obr. 6.4. Vidění ve 3D světě

Nejprve vidění v našem 3D světě (*obr. 6.4.*).

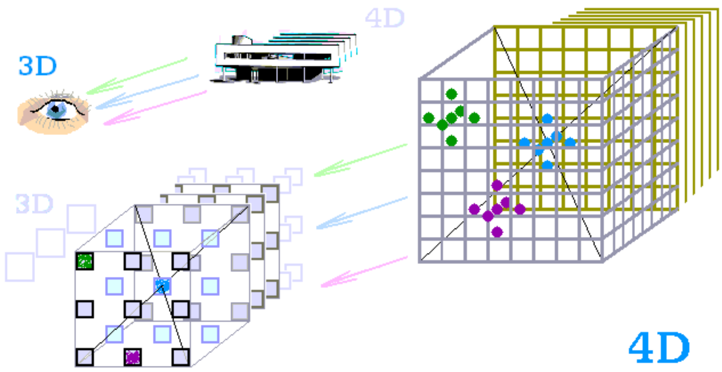
Objekt (3D) a oko (2D) jsou nakreslené jako spojité a i bodové. Z 3D objektu se na sítnici promítne jen jeho povrch. Zelenou a fialovou kaňku oko uvidí, kdežto modrá kaňka zůstává skrytá uvnitř 3D tělesa. Objekt září jen paprsky dvou barev.

6.5. Vidění ve 4D světě

My 3D lidé chápeme, že objem vzniká vrstvením ploch. Naše 2D vidění vnímá mnoho rovnoběžných 1D přímek, jež tvoří plochu. Vidíme a vyhodnocujeme je všechny současně, což je fiktivnímu 2D tvorovi nepředstavitelné. On vidí jen jedinou 1D čáru. Kdežto 4D tvor by viděl současně všechny 2D vrstvy, ze kterých je poskládané 3D bodové těleso. To je zase nepředstavitelné pro nás, kteří vnímáme jen jedinou 2D vrstvu. Jen povrch 3D tělesa. Naposled znázorňuji 4D objekt, složený ze sousedních 3D objektů (*obr. 6.5.*). Podle našeho hodnocení sebou pronikají; nevnímáme 4D objekt. Kdežto 4D prostor je pořádá do vrstev samostatných objemů.

Vidění tvora ve 4D prostoru by bylo trojrozměrné. Sítnice jeho oka by fungovala v objemové stavbě, nikoliv jen na ploše. Vnímal by nejen skvrnu zelenou a fialovou, ale i vnitřní - modrou.

Nějaké průsvitné těleso by nám umožnilo jiné souvislosti, a podobně hloubkou prochází rentgenové záření; ovšem nakonec získaný obraz vyhodnotíme jen 2D zrakem.



Obr. 6.5. Vidění ve 4D světě

6.6. Hloubkové vidění

Ještě něco názorů na vidění do hloubky. Člověk ať vidí nablízku budovu a k ní vzdálený les. Vnímá nárys budovy, jenž je obklopený lesem. Jeho 2D obraz je složený z objektů různé vzdálenosti.

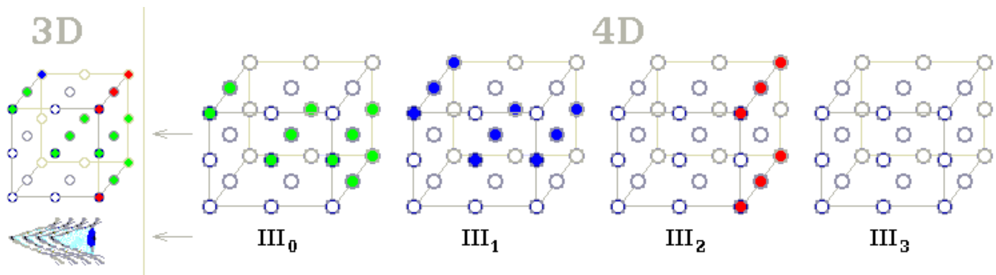
Náplň zorného pole je určena obsahem všech 1D přímek, ze kterých se člověku obraz skládá.

Pouze u známých objektů člověk snadno rozhodne, v jaké vzdálenosti je obsah umístěný. Kdežto bude-li stát na povrchu neznámé hornaté, rozpukané a třesoucí se planety, se vznášejícími se skalami, a ač třeba i mnoho kamer on má, získá sice svůj obvyklý 2D vjem, ale stěží posoudí, co vlastně vidí. Snadno by odlišil les od domu, jenže zde vidí horniny neznámých vrstev, tvarů a rozměrů. Stěží správně odhadne vzdálenost jednotlivých částí obrazu od sebe samého, i když k rozpoznání vzdálenosti mu napomáhá zaostření obrazu úsilím očí, očních svalů. To je však omezené jen do určité vzdálenosti.

6.7. Hloubkové vidění ve 4D prostoru

Znovu tvor ve 4D. Vnímá všechny plochy, které naplňují jeho 3D viděný zážitek. Zařazené v objemu, jedna 2D vrstva za druhou. A tyto vrstvy by byly vzaté z různých objemů, tedy z různých vzdáleností. Kdežto minulý obrázek (*6.5.*) dával 4D tvorovi vjem pouze z jediného objemu.

Dvojrozměrné vrstvy lze získávat z různých objemů III_0, III_1, atd., z různých vzdáleností (*obr. 6.6.*). Vlevo obrázek ukazuje 3D sítnici oka ve 4D světě. Naplňují ji jen body z nejbližších obsazených posic všech objemů.



Obr. 6.6. Dvojrozměrné vrstvy naplní 3D obraz 4D tvora

Z III_0 obsadí objem sítnice všechny zelené body. Z III_1 se dostává jediný modrý, ostatní body jsou zacloněné náplní objemu III_0. Z objemu III_2 nejsou zacloněné 4 červené body; jejich světlo se dostane do 3D oka 4D tvora.

Snadno si představíme, že náš 2D obraz se skládá ze sousedních přímek. Kolik přímek, vzdálených od sebe o Planckovu délku, se nám do zorného pole vejde, tak široký či vysoký obraz máme.

Čtyřrozměrnému světu nabízím názor, že objem, který 4D tvor vidí, je složený z konečného počtu ploch. Nejbližší naplněná plocha by zaclonila všechny vzdálenější plochy. Obdobně, jako v našem 2D obraze - náplň vzdálenějších 1D přímek je nám cloněna bližší náplní.

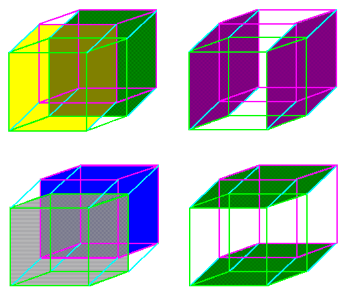
Konstrukci světa lze odvozovat z bodového prostoru. Z něho se údaje přepočtou do perspektivního prostoru, který je pak do vědomí předkládaný zrakem i sluchem.

7. Podložit smyslové vnímání

7.1. Pojmy

- Posice bodového prostoru je paměťovým místem 1 bitu.
- Hmotný bod je informací 1 bitu. Bod se v posici buďto nachází nebo nenachází.

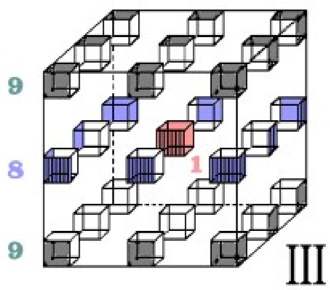
7.2. Trojrozměrný prostor



Nadále může zájemce váhat - kde je ten 4D prostor? Nepatří snad všechny body 4D krychle těm osmi krychlím, které tvoří její 3D povrch (*obr. 7.1.*)? Zbyly ve čtyřkrychli nějaké body ve prospěch vnitřku 4D krychle? Vytunelováno?

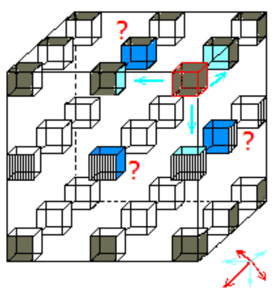
Obr. 7.1. Povrchem 4D krychle jsou čtyři dvojice 3D krychlí

Nejprve příklad z našeho 3D prostoru (*obr. 7.2.*). Malou 3D krychli, o hraně ***a*** = 3 body, tvoří 3^3 = 27 bodů. Na povrch šesti stěn se spotřebuje 26 bodů. A to konkrétně: na obě podstavy 2×3^2 = 18 bodů, a na zbývající body pláště, mimo obě podstavy, je potřeba 8 bodů. Vevnitř krychle zůstává jediný bod: 27-26 = 1. Jedině ten je plnohodnotným bodem 3D prostoru; má kolem sebe, ve třech směrech, 6 svých sousedů.



Ostatní body jsou ošizené. Body, umístěné na povrchu krychle, mají méně sousedů než 6. Roh krychle má jen 3 sousední posice, kam lze přeskočit v pravoúhlém směru - a to po hranách krychle (*obr. 7.3.*). Ostatní posice na hranách mají vždy 4 sousedy. Posice na stěnách jich mají jen 5, namísto 6.

Obr. 7.2. Povrch krychle má 26 bodů



Nyní nahraďme malou krychli ***a*** = 3 body velkou krychlí o hraně 500 bodů. Tím se podstatně zvětší počet všech bodů. Snadno posoudíme, že tak obsažná krychle schraňuje vevnitř mnoho bodů, co mají 6 sousedů vždy ve třech směrech.

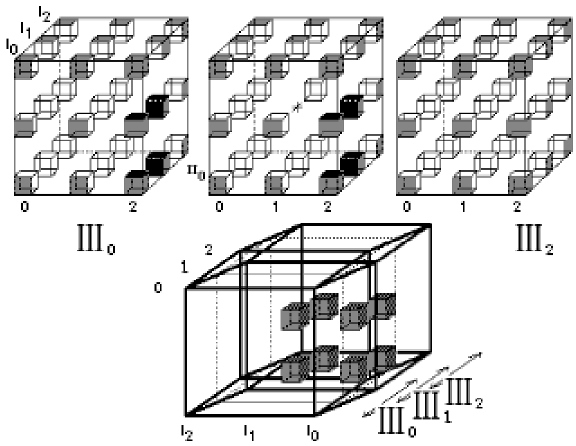
Se zvětšováním krychle roste podíl posic, které vyhovují 3D prostoru. Dávají bodu možnost udělat krok do jedné ze všech 6 sousedních posic.

Obr. 7.3. Sousední body rohu krychle

7.3. Výpočet ve 4D prostoru

Spočítám, kolik bodů 4D krychle je plnoprávných. Kolik jich má osm sousedů, ve čtyřech směrech 4D prostoru? S růstem velikosti 4D krychle jich bude přibývat, podobně jako tomu bylo u krychle.

Obr. 7.4. Krychle 4D se čtyřmi body na povrchu



Hledanou 4D krychli skládám ze 3D krychlí (*obr. 7.4.*). Za krajní krychlí již žádná další není, takže body krajní krychle mají vždy méně sousedů než osm.

Tedy, kolik je vnitřních bodů? Těch, co mají 8 sousedních bodů. Jen ony mají 4D prostor.

7.1. Tabulka výpočtu bodů

Výpočet vnitřních a povrchových bodů - *převzato z [1]*

Rozlišení bodů vnitřku krychle od těch, které přísluší stěnám, hranám a rohům.

Dohody:

Objekt bude popsaný buď všemi svými body (M - maximální počet), nebo jejich menším počtem, s vyloučením okrajových či povrchových bodů (K - krácený počet).

M ... všechny body objektu
K ... počet bodů objektu po vyloučení okrajových či povrchových bodů

Dolní index vyjadřuje rozměrovost objektu. Např. pro úsečku je $_1$, pro objem je $_3$.

Výpočty:

Bod
M_0 ... jediný bod
K_0 ... jediný bod. Bodu se nevyloučí okrajové body: $M_0 = K_0$

Úsečka
M_1 ... počet všech bodů úsečky
K_1 ... úsečka beze svých hranic, tedy bez dvou okrajových bodů: $K_1 = M_1 - 2\,K_0$

Čtverec
M_2 ... počet všech bodů obsahu
K_2 ... počet bodů obsahu bez bodů obvodových: $K_2 = M_2 - 4\,K_1 - 4\,K_0$

Krychle
M_3 ... počet všech bodů objemu
K_3 ... počet bodů objemu bez bodů povrchových: $K_3 = M_3 - 6\,K_2 - 12\,K_1 - 8\,K_0$

4D krychle
M_4 ... počet všech bodů čtyřobjemu
K_4 ... počet bodů čtyřobjemu bez jeho objemově povrchových bodů, které jsou obsaženy v 8 krychlích. Dvojice krychlí mají některé své stěny společné:

$$K_4 = M_4 - 8\,K_3 - 24\,K_2 - 32\,K_1 - 16\,K_0$$

Příklad:

Úkolem je zjistit počet vnitřních bodů 4D krychle o hraně *a* = 3 body. Tedy těch, jež mají v diskrétním 4D prostoru plný počet 8 sousedních bodů, jež patří zadané čtyřkrychli.

Z tabulky *7.1.*:

$K_4 = M_4 - 8\,K_3 - 24\,K_2 - 32\,K_1 - 16\,K_0$

Úsečka, tvořená 3 body, má 1 vnitřní bod. Rovněž čtverec o straně 3 body nebo krychle o hraně 3 body (*obr. 7.2.*) obsahují právě 1 vnitřní bod.

Proto lze do rovnice dosazovat $K_3 = 1$, $K_2 = 1$, $K_1 = 1$.

$K_4 = M_4 - 8\,K_3 - 24\,K_2 - 32\,K_1 - 16\,K_0 = 3^4 - 8 \cdot 1 - 24 \cdot 1 - 32 \cdot 1 - 16 \cdot 1 = 81 - 80 = 1$

Výpočet prokázal, že také 4D krychle, o hraně 3 bodů, obsahuje právě 1 vnitřní bod (*obr. 7.4.*).

7.4. Zhodnocení počtu bodů

Počet plnohodnotných bodů, pro těleso vícerozměrného prostoru, se liší od počtu všech jeho bodů, což vyjadřuje tabulka s výpočtem. Žijeme v bodovém prostoru, na povrchu 4D krychle? Má náš Vesmír okraj nebo nemá? Dosud především spekulujeme; obolus, neobolus.

Krychle má jednu hranu vždy společnou dvěma svým stěnám. Podobně 4D krychle má vždy společnou jednu stěnu pro své dvě okrajové krychle.

V 1D prostoru lze útvar délky 2 bodů považovat za úsečku, ovšem uskladnit v sobě bod, zabránit mu v úniku, může až úsečka obsahující 3 body.

Ve 3D prostoru lze vytvořit krychličku o hraně 2 body, ale teprve hrana 3 body umožní, že útvar v sobě uskladní 1 bod.

Pro 4D prostor jsme vypočítali totéž. Lze navázat dalším pokračováním výpočtů pro vyšší prostory.

Modely s výpočty poukázaly na nejmenší velikost symetrického útvaru, která je v prostoru 2D, 3D a 4D dostatečná pro uzavření prostoru.

Schopnost útvaru uzavřít v sobě hmotu, zabránit jí v úniku, bývá životu ve hmotě podstatná.

Přepočtením bodové krychle do perspektivního prostoru vzniká koule.

7.5. Vesmír bez spojitého Euklidova prostoru

7.5.1. Pythagorova věta

Vícerozměrný geometrický prostor prověřuji jako bodový rastr Vesmíru. Body z něj lze přepočítávat (www.tichanek.cz/g3v/interakce-prostoru-IIIv.html) do perspektivního prostoru, který vnímáme zrakem i sluchem. Bez užití Euklidova prostoru.

Zjišťuji, že sama matematika odmítá uspořádání hmoty podle Euklidova prostoru. Nenalézám mu fyzikální význam, je výpočetní pomůckou.

Zdůvodnění:

Dokud posuzuji Euklidův prostor bez poznání Pythagorovy věty, pak vždy dovedu každým dvěma bodům určit - zavést jejich racionální vzdálenost *a*. Zvolit jednotkovou délku strany čtverce anebo jeho úhlopříčky.

Teprve přepočtem z 2D plochy do 1D délky, užitím Pythagorovy věty, zjišťujeme iracionální velikost. Ve čtverci vychází vždy jen jedna z obou délek racionální. Buď je racionální strana a iracionální je úhlopříčka nebo naopak. Druhou délku nelze vypočítat, ačkoliv postup je srozumitelný.

Platí jen jedno z posouzení **7.5.1.1.** a **7.5.1.2.**:

7.5.1.1. Usoudili jsme, že hmotě vládnou též iracionální vzdálenosti

Prvotní názor o racionálních vzdálenostech byl omylem, nutno ho změnit. Vzdálenosti dvou bodů, v geometrii Vesmíru, bývají iracionální nebo racionální. (?)

Následně pak promyšlené postupy zavedly vyšší matematiku, která dává výsledky; jejich přesnost však nebývá absolutní.

7.5.1.2. Výpočet Pythagorovou větou vylučuje existenci Euklidova prostoru

Odlišný pohled na výskyt nekončící iracionality (např. π = 3,1415926535897932384626433...): Převod z 2D do 1D prostoru se nezdařil. Přitom 1D prostoru, o úsečce, pochybnosti nemáme. Vždy jí určíme racionální délku, např. 1,587 445 metru. Význam neúspěšného výpočetního převodu - nekončící výpočet - lze vyhodnotit pečlivěji.

Neúspěšným výpočtem délky se vyvrací existence takové úsečky ve čtverci - v Euklidově prostoru. Přitom ale v perspektivním prostoru vnímáme současně stranu a úhlopříčku čtverce. Lidské vnímání zaručuje existenci perspektivního prostoru. Tudíž otázný je předpoklad existence Euklidova prostoru s rozmístěnou hmotou. Bezvýsledný výpočet jej vylučuje, kdežto komprimovaný zrakový zážitek je nevyvratitelný.

7.5.2. Smyslové představy

7.5.2.1. Pro Euklidův prostor

Toliko naše představa, daná smyslovými zážitky, předpokládá lineární spojité rozložení hmoty. Vždyť, při chůzi, náš každý další krok je stejně dlouhý. Jenže tím se neprokazuje lineární prostor, vždyť výpočtové odmítnutí je či není jeho vyvrácením?

7.5.2.2. Pro perspektivní prostor

Také perspektivní prostor zrakových zážitků má každý pozorovatelův první krok stejně dlouhý. Pozorovatel svým krokům neunikne; vždy znovu udělá jen první krok. Nikdy neděláme ten druhý, jenž sledovaný v perspektivním vidění by byl kratší. Přesto žijeme s iluzí lineárního Euklidova prostoru. Matematice nedůvěřujeme; vyhlásíme potřebná nová čísla - iracionální.

Zanedbáváme souvislosti vnímaných zážitků, které zkouším hodnotit jako člověku promítané do vědomí hotové. Připravené nadřazenou Informatikou.

7.5.3. Informatika k měření délky - je nespojité

Prověřme existenci spojité úsečky z hlediska informatiky. Jednotka informace ji popíše tak, že úsečka buď je nebo není. To je ovšem hodně malá informace pro popis spojité úsečky.

Postupujeme jinak. Předepíšeme jednotkovou úsečku. Jeden metr poměřuje, počtem svých výskytů, všechny ostatní úsečky. Délku spojité úsečky určujeme nespojitě, opakovaným zařazováním jednotkové úsečky. Spojitě to zřejmě nelze. Tím se poněkud zpochybňuje i existence spojitého prostoru.

Perspektivní prostor považuji za pseudospojitý, poněvadž v něm lze dohledat všechny jednotlivé body převedené z diskrétního prostoru. (Např. popis výpočtu (www.tichanek.cz/g12/obvod-kruznice-XII.html) obvodu kružnice v perspektivním prostoru, např. obrázek č. 1 (www.tichanek.cz/g12/12obr1.GIF)).

7.6. Zhodnocení

Informace o fyzikální hmotě jsou připravené v bodovém prostoru. Tvor vnímá jejich přepočet do perspektivního stlačení.

Literatura:

[1] Četvertoe izmerenie - Kolman, Ernest (Arnošt). Vyd. Nauka, Moskva 1970, s. 36 - 41
[2] Od bodu k čtvrtému rozměru - Colerus, Egmont. Družstevní práce, Praha 1939, s. 404 - 413

8. Otočení krychle ve 4D prostoru

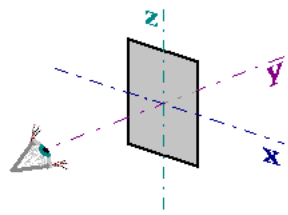
Hledíme na pravidelný objekt. Tím může být čtverec, anebo je to přední stěna celé krychle. Útvar se začne otáčet a teprve tehdy by pozorovatel mohl rozeznat, která ze dvou možností to je. V této práci graficky řeším podobnou otázku ve 4D, zda tvor sleduje krychlí nebo 4D krychli. V diskrétním prostoru zobrazuji otáčení krychle.

8.1. Problematika

Čtyřrozměrný člověk - Čtverák, žijící ve 4D prostoru, hledívá na čtverec, krychli nebo 4D krychli. Objekty mohou být drátěné - vytvořené jen hranami, anebo jsou plné. Ovšem při pohledu na plnou krychli si Čtverák není jistý, zda nevidí 4D krychli, která je k němu natočená právě touto 3D krychlí. Vždyť povrchem 4D krychle, tedy jejími okraji, je osm 3D krychlí. Směrů je tam čtvero; kdyby se Čtverák nacházel vevnitř 4D krychle, pak by v každém ze čtyř rozměrů, v obou jejich směrech viděl (www.tichanek.cz/gp9/diskretni-zrak-ve-4D-prostoru.html) krychli, a ...

Obdobně v našem prostředí. Trojrozměrný člověk - Trojský hledí na čtverec ve směru osy **y** (*obr. 8.1.*). Je to pouhý čtverec, anebo se za ním skrývá krychle? Čtverec se začne točit kolem osy **x**, která jím prochází. Tím se Trojskému zmenšuje - snižuje, až nakonec uvidí jen úsečku - stranu čtverce.

Zhodnocení - při některém nastavení 3D krychle pozorovatel pohledem nepozná, že objektem je víc než jen čtverec. Podobně Čtverák nepozná, zda vidí vhodně natočenou čtyřkrychli, nebo zda se jedná o pouhou krychli. Zda se za krychlí skrývá čtyřkrychle.



Obr. 8.1. Čtverec ve 3D prostoru

8.2. Hmotná existence

Člověk má pět druhů vjemů, jimiž vysvětluje vlastnosti Vesmíru. K hlubšímu poznání svého okolí však nestačí zjišťovat názory, např. na sílu, podle výsledku - kdo koho přepere. Ani srovnávání sil, objektivním měřením, ještě nepopíše Vesmír hlouběji - váhy decimálky, ani krejčovský či platinový metr nepomůžou k cestě do Vesmíru.

Prohloubení poznatků o Vesmíru a lepšího využití smyslových vjemů dosahujeme jejich matematizací. Věda tím zhodnocuje získané poznatky. Nalezla výpočetní rovnice, jimiž popisuje změny našich vjemů - zářivosti, teploty, zrychlení, atd. Výpočty pak umožní doložitelná srovnání i předpovídání fyzikálních veličin. Pro čich a chuť to lze obtížně, pro sluch lépe, ale nejšíře jsou matematizovány zážitky hmatu a zraku.

Hmat nás informuje o veličině síly a o hmotnosti, o teplotě a dalších. Zrakové vnímání zase pomáhá vytvořit geometrii - k té se však vyslovuje i hmat. A právě v geometrii vládne **podceněný rozpor mezi hmatovými a zrakovými vjemy.** Zrak ukazuje okolí stlačené perspektivou, kdežto obdobná perspektiva hmatová se nevyskytne. Jdeme-li kroky jediné délky, pak se tím posunujeme vždy o stejný úsek.

Která z těchto dvou informací je výstižnější, bližší hledané skutečnosti? Perspektivní nebo lineární? Přece **nežijeme ve dvou rozdílných geometriích naráz.** Lidstvo vychází zásadně z názoru daného hmatem - například přesunováním dolních končetin. Okolní svět chápeme jako lineární, rovnoměrný.

Jenže zde je zádrhel. Naše hmatové vjemy - například stejná délka každého lidského kroku při chůzi - mají víc zdůvodnění.

Dbáme názoru, že svět je lineární. Uvěříme v Euklidův prostor a v jiné, jemu podobné, rovněž obsahující výpočetní iracionality. Co když nevypočítatelné postupy - kvadratické rovnice, jež nedávají výsledek - určují, že hmota nemůže být rozložena v Euklidově prostoru?

Lze však obhajovat i svět, daný pouze lidskými zážitky. Chodec zůstává středem svého vnímání. Následně je proto každý další jeho krok stejně dlouhý, opět první, a tyto opakované kroky konstantní délky ho mýlí. Předpokládá svět lineární. Avšak zanedbává, že prostor, s kvadraticky rozloženými souřadnicemi na osách, také poskytuje lineární rozměřování povrchu Země při chůzi. Navíc, **perspektivní svět iracionality neobsahuje.** Kvadratické rovnice se mu mění v lineární.

Nedoceňujeme prostor s kvadratickým cejchováním pravoúhlých os. Takový svět je snadno matematizovatelný, i bez lidského zásahu do matematiky ze 16. století.

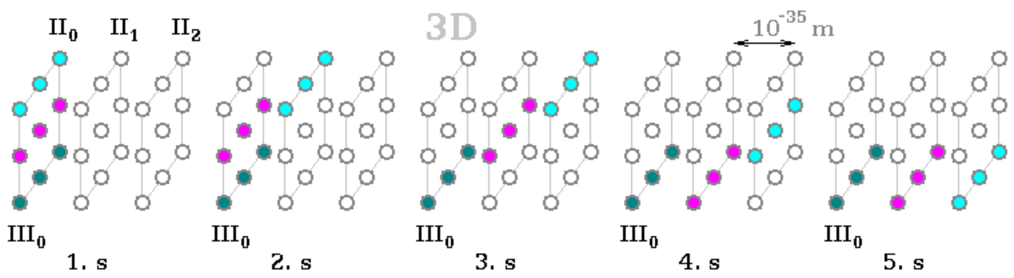
Matematické ověření Euklidova lineárního prostoru je diskutabilní. Úsudkem odhadujeme, že platí Pythagorova věta, avšak její aplikace někdy nedává výsledek.

Jsme tolik přesvědčeni o existenci hmoty za našimi smyslovými vjemy, že matematiku přizpůsobíme a vyhlásíme iracionální čísla. Jejich velikost neznáme, dokonce víme, že neexistuje, a přece tuto skutečnost nedoceňujme.

8.3. Otáčení čtverce v bodovém 3D prostoru

Podle způsobu, jakým se otáčí čtverec ve 3D prostoru, později nakreslím otáčení krychle ve 4D prostoru. Čtverec z 9 bodů, umístěný svisle, se postupně sklápí do vodorovné polohy (*obr. 8.2.*). Přitom se stále nachází v tomtéž objemu III_0.

Nakonec se čtverec proměnil, v pohledu pana Trojského, v úsečku (*obr. 8.1.*).



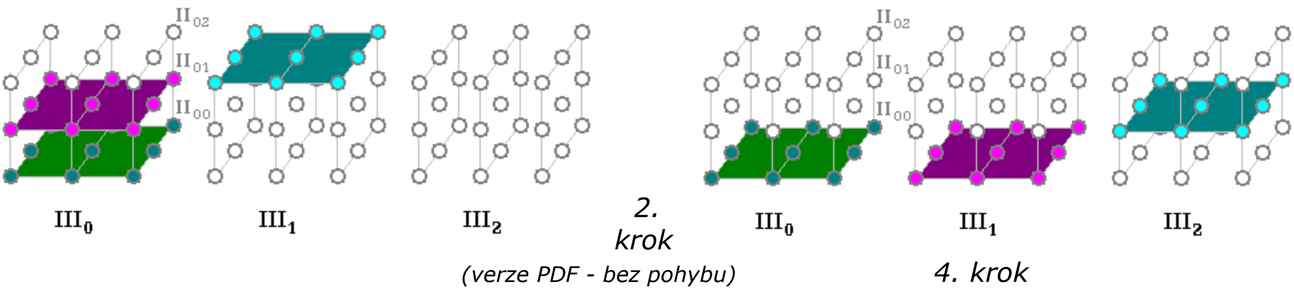
Obr. 8.2. Jediný objem III_0, předložený v pěti stavech. Svislý čtverec se postupně otočí o 90°.

Diskrétnímu světovému prostoru lze předpokládat Planckovu minimální vzdálenost $1{,}62 \cdot 10^{-35}$ metru, jež oddělí dvě sousední posice. V obrázku má čtverec stranu pouhých tří bodů. Ale pokud by strana čtverce měřila 1 metr, pak by ji tvořilo okolo 10^{35} bodů. Jeho otočení o 90° by mělo obrovský počet změn - nebránilo by vjemu plynulého pohybu - po přepočtení do perspektivy.

8.4. Otáčení krychle v bodovém 4D prostoru

V pohledu Trojského, ve 3D prostoru, vznikla ze čtverce úsečka. Jakou změnu můžeme čekat při otáčení krychle ve 4D prostoru, jenž sestává ze sousedních objemů? Čtverák ať se nachází vlevo od objemu III_0 (*obr. 8.3.*).

Náš život se odehrává stále v jediném objemu III_0; naše otáčení krychle nám dovoluje vidět jen část jejího povrchu, protože máme 2D zrak. Čtverákův 3D zrak (www.tichanek.cz/gp9/diskretni-zrak-ve-4D-prostoru.html) budiž ve 4D světě sestrojen tak, že vnímá všechny body 3D objemu, do hloubky.

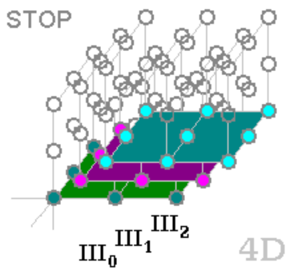


Obr. 8.3. Otáčení krychle ve 4D prostoru, složeném z objemů III_0, III_1 *a* III_2

Čtverák nejprve vnímal celý vnitřní objem krychle v III_0. Po skončeném přesunu dvou čtverců II_{01} a II_{02}, do dolního podlaží objemů III_1 a III_2, už všechny její body nevnímá - nevidí. Čtverák je nadále nalevo od III_0 a vidí všechny body čtverce II_{00}, umístěného na dně III_0. Zbývající čtverce, na dnech III_1 a III_2, jsou mu skryté zmíněným čtvercem. Krychle se otáčením proměnila, v pátém kroku, Čtverákovi ve čtverec.

Další obrázek 4D prostoru respektuje průnik tří objemů (*obr. 8.4.*). Vznik 4D prostoru kreslím ze sousedních objemů, posunutých vždy o 1 posici. Skrytí dvou čtverců, tím prvním, tento obrázek ukáže méně názorně; avšak i zde tři čtverce patří do jediné roviny.

Čtverákovi se otáčená krychle přesunuje svými 2D vrstvami do sousedních objemů III_1 a III_2. On však prohlédá jen první nejbližší objem z mnoha objemů v řadě, tak jako my prohlédáme jen první plochu, v řadě všech ostatních. Například vidíme jen nárysnou plochu domu hned před námi.



Čtverák vnímá - vidí celý první čtverec na dně III_0. To nás může překvapit, vždyť my bychom v této situaci vnímali ze čtverce jen jeho stranu - úsečku. Čtverák však má objemové vidění, zírá všechny body objemu, i když jsou vytvořené z neprůhledné hmoty. Mohl by nám sdělit, co je na čtverci napsané, kdežto my bychom povrch čtverce nezahlédli.

Obr. 8.4. Tři čtverce, tvořící krychli otočenou o 90° ve 4. směru, leží vespod objemů III_0, III_1 *a* III_2

8.5. Sestrojená vědomí

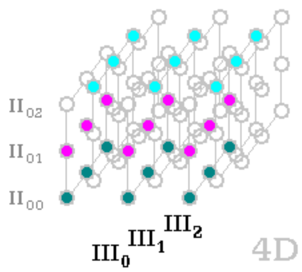
Prostor 4D je tvořený sousedními bodovými krychlemi, které se prostupují. Jsou posunuté vždy o 1 posici a to ve 4. směru, jenž je pravoúhlý ke třem vzájemně pravoúhlým směrům, které sledujeme. Čtvrtá kolmice, promítnutá na plochu, pochopitelně pravý úhel nedodržuje, což známe i z promítání 3D krychle na plochu.

Naše vnímání bylo vytvořeno tak, že snadno posuzuje 2D prostor, kde vládnou dva pravoúhlé směry. Ale nepředstavíme si prostor o dva rozměry bohatší. Vytvořit vnímání? Uměle promyšlenou konstrukci Vesmíru nelze zavrhnout a vědě – fyzice přísluší rozumové posouzení,

- zda může iracionální číslo popisovat vzdálenost dvou bodů našeho hmotného světa!
- nebo zda je iracionalita součástí právě Euklidova prostoru, který z toho důvodu nemůže vyjadřovat rozložení hmoty ve Vesmíru. Pak jsou skutečností perspektivní zrakové zážitky.

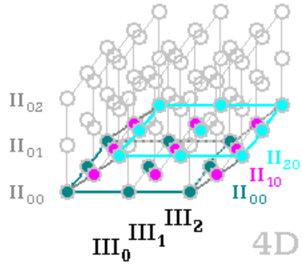
8.6. Spojitý model

Obrázek nakonec vyznačí spojité hrany krychle (*obr. 8.5.*). Tvar krychle je zde typicky zkreslený, jaký se nám, promítáním z našeho 3D do 2D prostoru, nevyskytuje. Takové tvarové zkreslení naopak známe ze spojitých obrázků 4D krychle.



2. krok

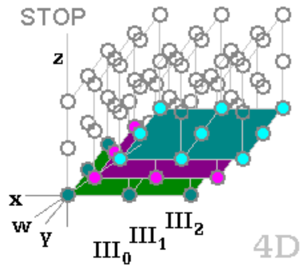
5. krok



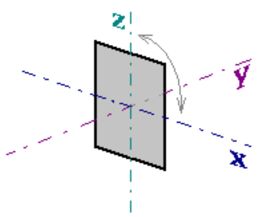
Obr. 8.5. Drátěná krychle má 12 hran

Čtyři osy **x, y, z, w,** vzájemně kolmé, jsou promítnuté do 2D prostoru (*obr. 8.6.*). Krychle měla nám obvyklý tvar, dokud ji určoval prostor os **x, y, z.**

Obr. 8.6. Osy 4D krychle



8.7. Otáčení čtvercem ve 3D nemění jeho průmět



Čtvercem je možné otáčet kolem osy **y**, přičemž neopouští rovinu, již určují osy **x, z** (*obr. 8.7.*). Tehdy Trojský, umístěný v ose **y**, vidí otáčení čtverce, aniž by se mu měnil průmět jeho velikosti. Kdežto otáčení podle osy **x** nebo **z** mu neustále mění promítané velikosti čtverce.

• Zůstává-li otáčený čtverec stále ve stejném 2D prostoru, pak pozorovatel vidí stále plný počet bodů jeho obsahu. (Stejnost 2D prostoru ve smyslu předchozích obrázků).

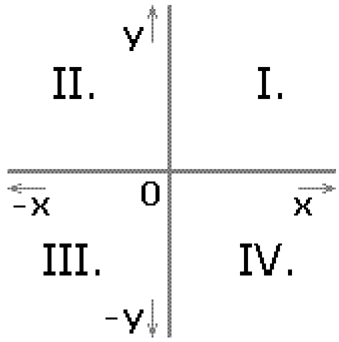
Obr. 8.7. Otáčení čtverce kolem osy y

8.8. Otáčení krychlí ve 4D nemění její průmět

• Zůstává-li otáčená krychle stále ve stejném 3D prostoru, pak 4D pozorovatel vidí stále plný počet bodů jejího objemu. (Stejnost 3D prostoru ve smyslu předchozích obrázků).

9. Kvadrant, oktant, šestnáctina

Práce zkouší zobrazit rozdělení euklidovského 4D prostoru na šestnáctiny, následujíc obdobného členění na kvadranty ve 2D prostoru.



Obr. 9.1. Kvadranty 2D prostoru

9.1. Úvod

Euklidovský dvojrozměrný (2D) prostor dělíme na čtyři části (*obr. 9.1.*). Tyto části - kvadranty, jsou vymezeny osami x, y. Podobně lze rozkládat 3D prostor na oktanty. Na osm objemů, vymezovaných rovinami, jež jsou určované třemi osami x, y, z.

Zde navazuji pokusem vytvořit mechanický model šestnácti 4D objemů, jež vzniknou ve 4D prostoru, rozděleném čtyřmi pravoúhlými osami x, y, z, w. A to v promítnutí do roviny.

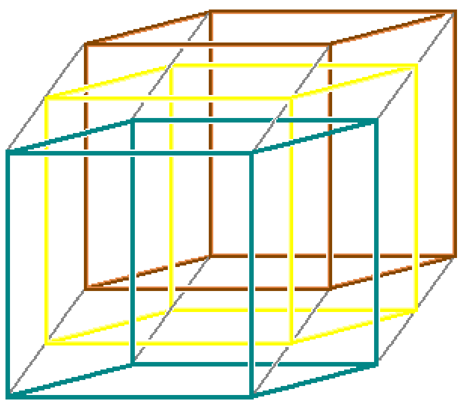
9.2. Provedení

Nejprve proberme konstrukci 4D krychle, jež je chystaná ve prospěch šestnáctin (*obr. 9.2. až 9.6.*).

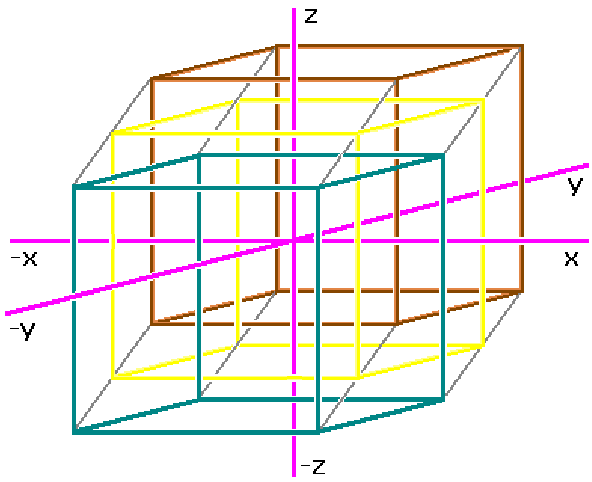
Dalších 16 obrázků (*obr. 9.8.1. až 9.8.16.*) umístí 4D krychličku vždy do počátku souřadnic osového 4D kříže; a to vždy dalším z jejích 16 rohů.

Každou šestnáctinu 4D euklidovského prostoru určí vždy čtveřice poloos, vybraných z množiny: +x, −x, +y, −y, +z, −z, +w, −w (*tab. 9.1.*).

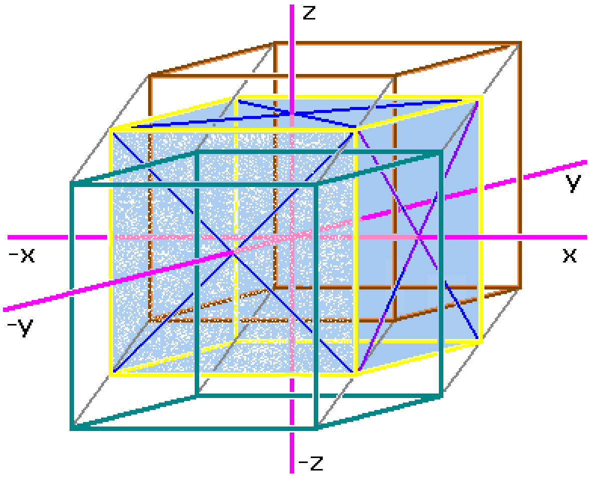
Čtyřrozměrné šestnáctiny jsou zobrazeny jako 4D krychličky. Podobně, jakobychom ve 2D prostoru ukazovali kvadranty ve čtverci, rozděleném na čtyři shodné čtverečky I, II, III, IV a nikoliv jen vytvořené osovým křížem v rovině.



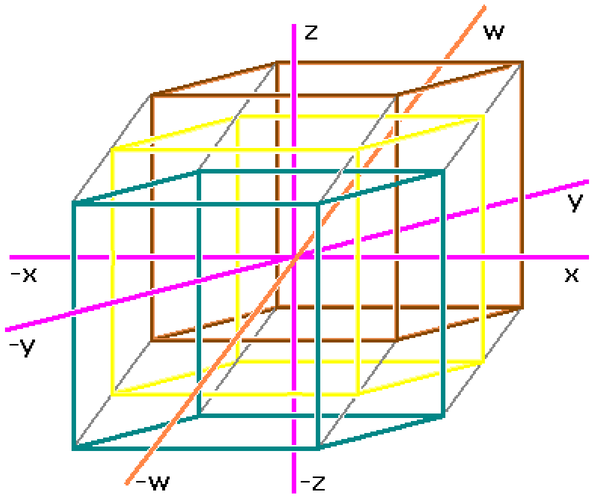
Obr. 9.2. Krychle 4D, naznačená třemi objemy



Obr. 9.3. Krychle 4D.
Střední žlutá krychle je středěná třemi osami



Obr. 9.4. Krychle 4D.
Tři dvojice modrých úhlopříček ukazují, že osy x, y, z procházejí vždy středem příslušné stěny střední krychle

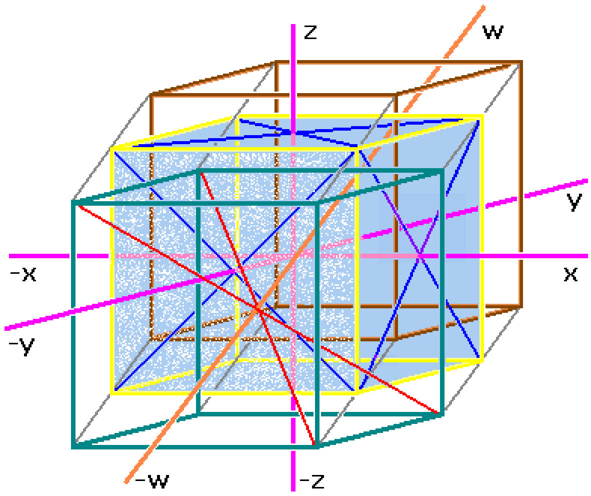


Obr. 9.5. Krychle 4D, středěná čtyřmi osami 4D kartézského prostoru

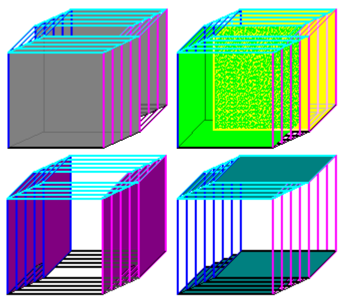
1.	x y z w
2.	−x y z w
3.	−x y −z w
4.	x y −z w
5.	x −y z w
6.	−x −y z w
7.	−x −y −z w
8.	x −y −z w
9.	x y z −w
10.	−x y z −w
11.	−x y −z −w
12.	x y −z −w
13.	x −y z −w
14.	−x −y z −w
15.	−x −y −z −w
16.	x −y −z −w

9.1. Tabulka určuje čtveřice poloos, jimiž se rozdělí 4D objem na šestnáctiny, viz obrázky 9.8.1. - 9.8.16.

(Označení x vyjadřuje kladnou poloosu +x)



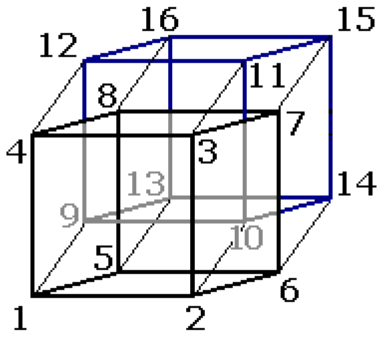
Obr. 9.6. Přední zelená krychle zobrazuje dvojici červených tělesových úhlopříček. Tyto potvrzují průchod čtvrté osy w středem zelené krychle, jejím těžištěm



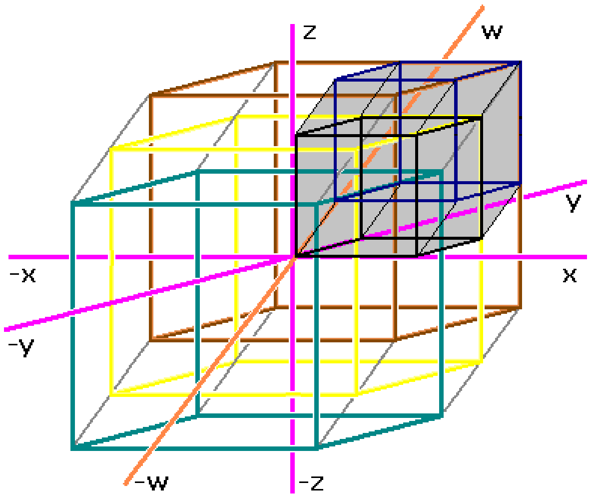
Obr. 9.6.1. Osm krychlí ohraničuje 4D krychli

Připomínka - povrch 4D krychle je tvořen osmi krychlemi. Všechny mají samozřejmě ideální tvar, ovšem v promítnutí do roviny jsou přetvarované. Vždy dvě krychle vypadají stejně (*obr.* 9.6.1.).

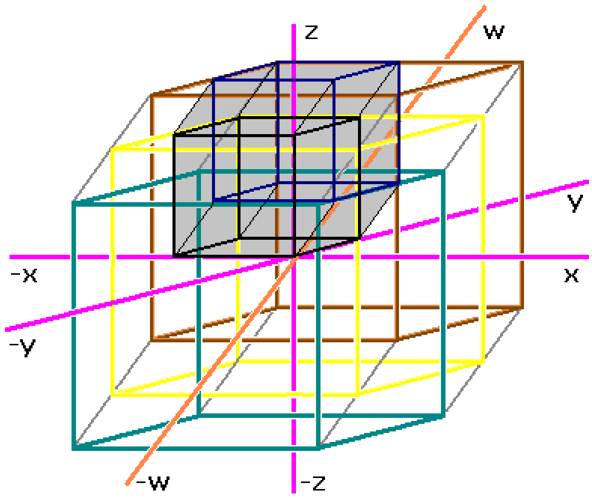
Ve prospěch dělení 4D prostoru na šestnáctiny jsou rohy 4D krychličky očíslované (*obr. 9.7.*). Všechny rohy budou postupně umístěné v průsečíku čtyř os 4D prostoru, jak již dříve uvedeno.



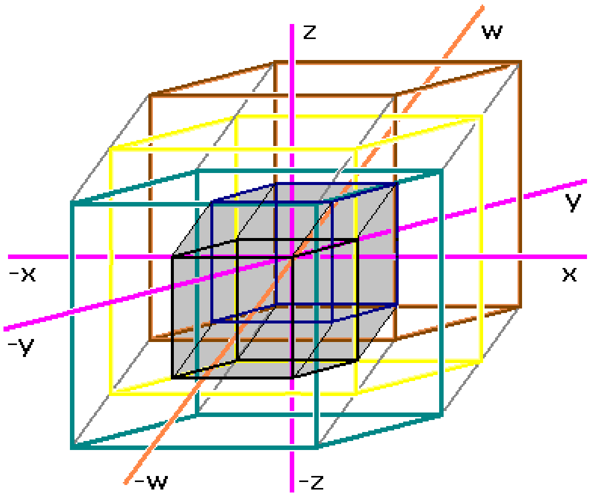
Obr. 9.7. Krychlička 4D s očíslovanými rohy.
Např. je v počátku souřadnic umístěn roh č. ***5*** *- dle obrázku 9.8.****5****.*



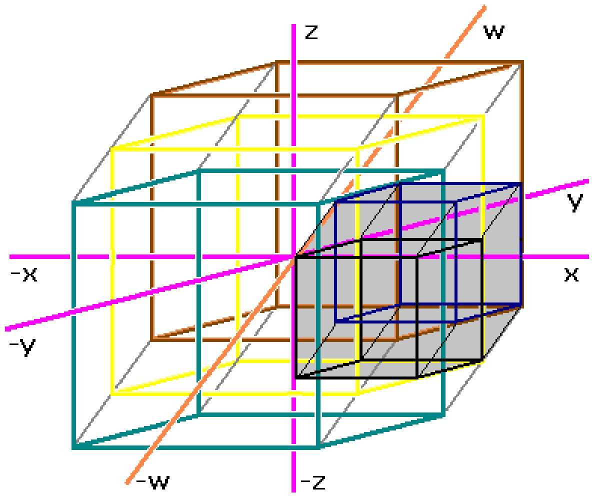
9.8.1. Poloosy: x y z w



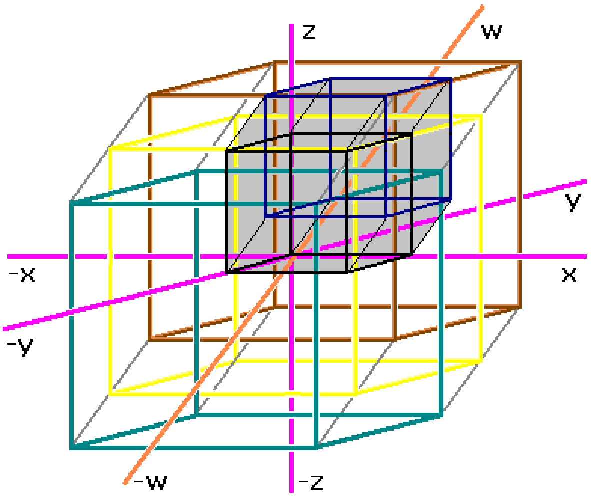
Obr. 9.8.2. Poloosy: –x y z w



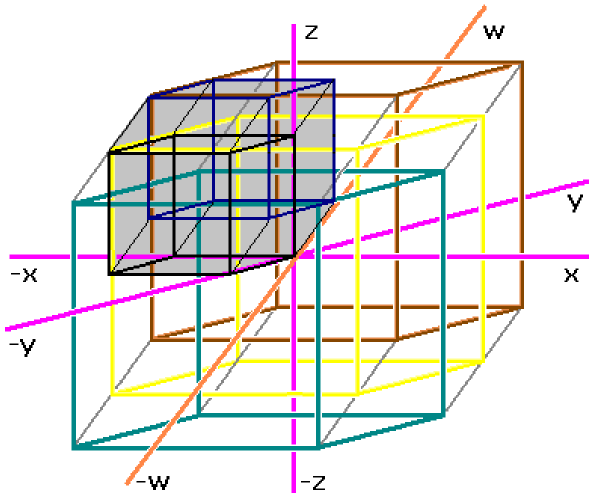
Obr. 9.8.3. Poloosy: –x y –z w



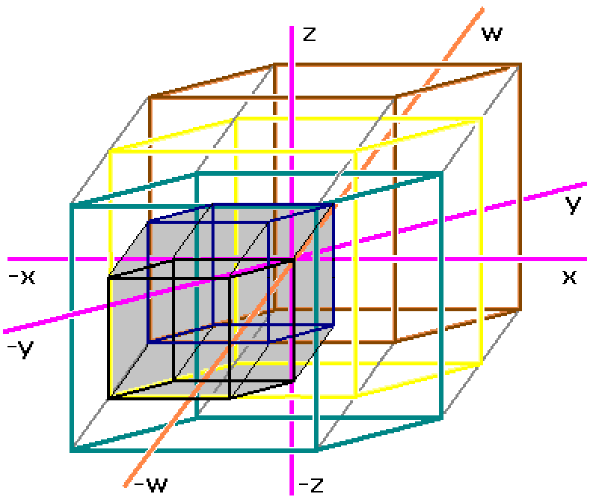
Obr. 9.8.4. Poloosy x y –z w



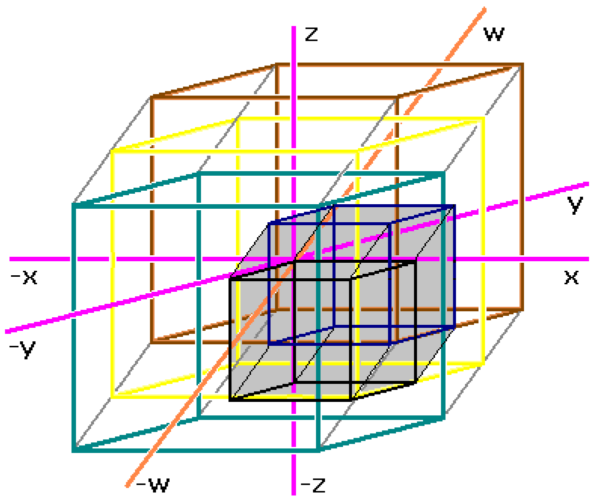
Obr. 9.8.5. Poloosy x −y z w



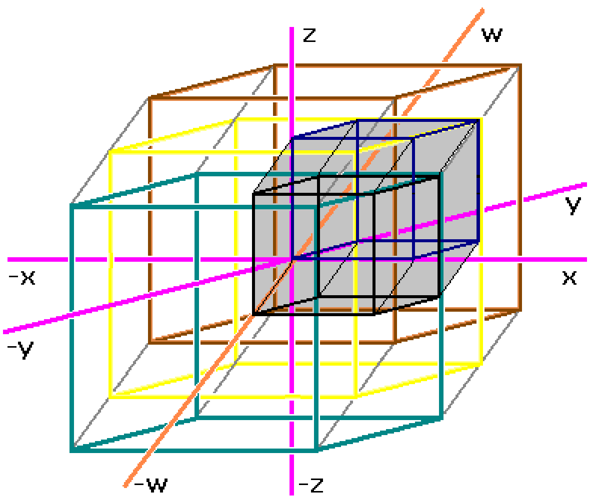
Obr. 9.8.6. Poloosy −x −y z w



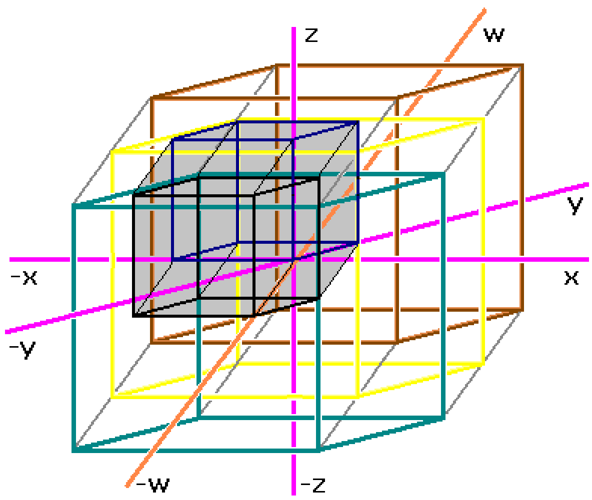
Obr. 9.8.7. Poloosy −x −y −z w



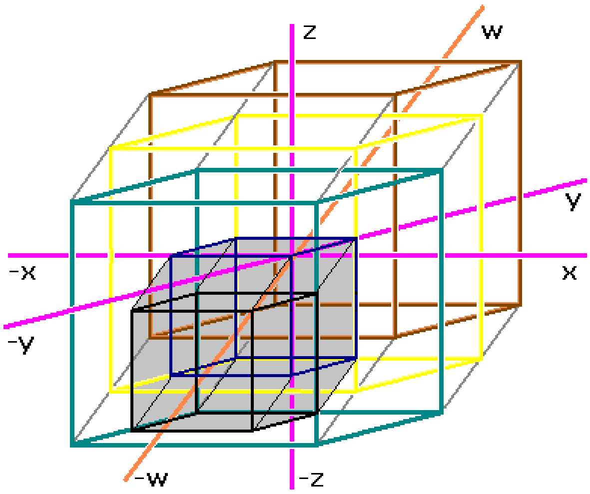
Obr. 9.8.8. Poloosy x −y −z w



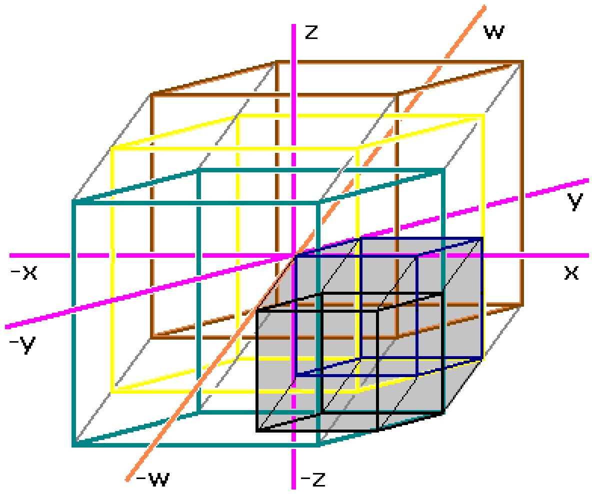
Obr. 9.8.9. Poloosy x y z −w



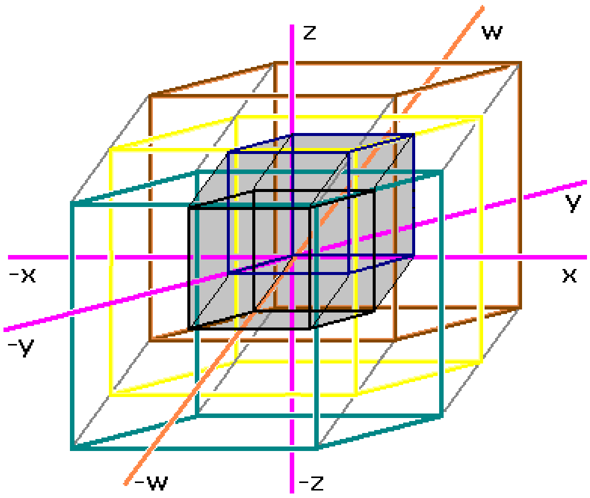
Obr. 9.8.10. Poloosy − x y z −w



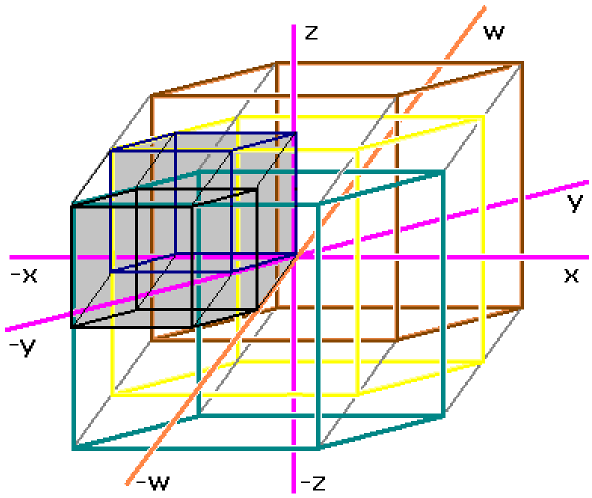
Obr. 9.8.11. Poloosy −x y −z −w



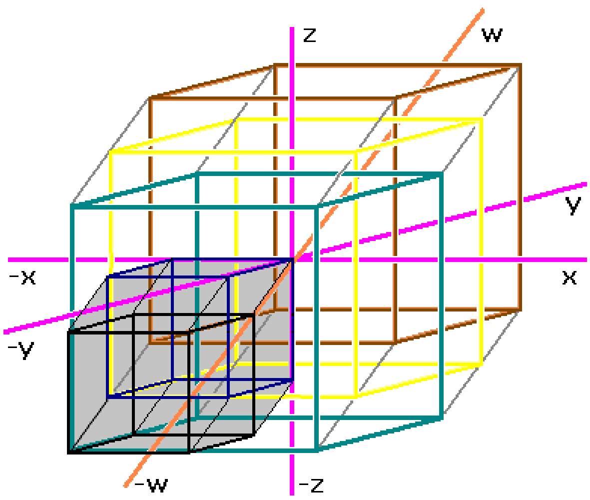
Obr. 9.8.12. Poloosy x y −z −w



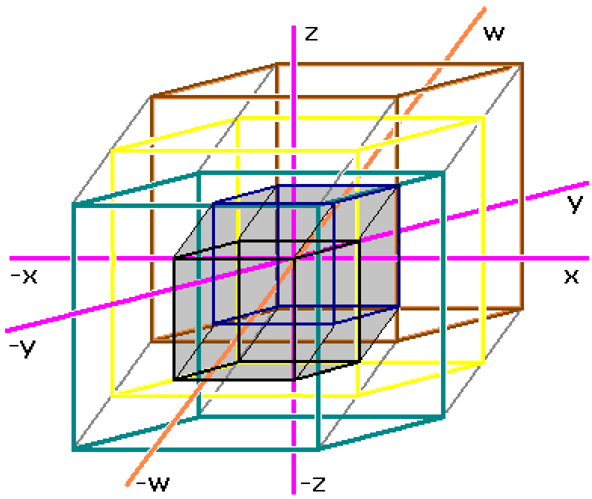
Obr. 9.8.13. Poloosy x −y z −w



Obr. 9.8.14. Poloosy −x −y z −w



Obr. 9.8.15. Poloosy −x −y −z −w



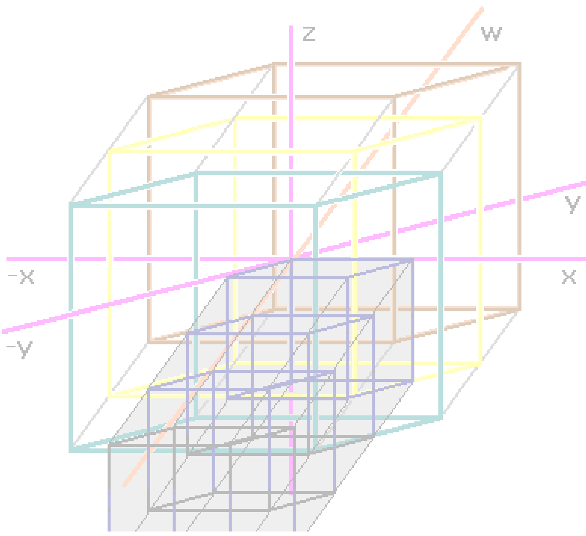
Obr. 9.8.16. Poloosy x −y −z −w

9.3. Šestnáctiny neomezené velikosti

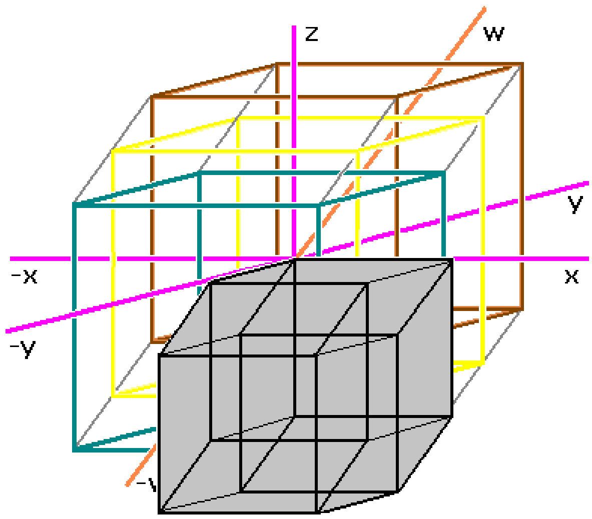
Nakonec je vhodné naznačit, jak bude stav vypadat, když se pokusíme příslušnou 4D krychličku, jednu z 16, neomezovat velikostí. Nebo ji alespoň zvětšit.

Ještě znovu ke 2D prostoru. Tam kvadrant prostorově neomezujeme. Připomíná čtvereček neurčené velikosti. Uvážíme-li jeho zvětšování, pak jeden z jeho rohů zůstává v počátku souřadnic, kdežto ostatní tři rohy se sunou 2D prostorem stále dál.

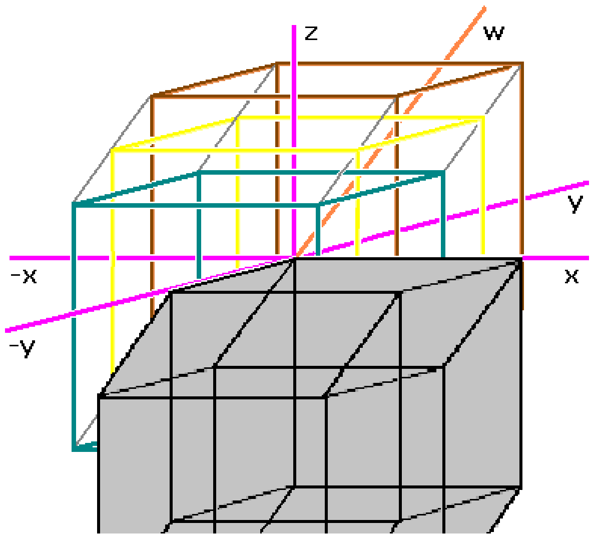
Prostor 4D by se mohl zvětšovat v předepsaném směru (*obr. 9.9.*).



Obr. 9.9. Šestnáctina se zvětšuje předepsaným směrem



Obr. 9.10.a Šestnáctina se zvětšuje do čtyř směrů, naznačuje neomezený růst



Obr. 9.10.b

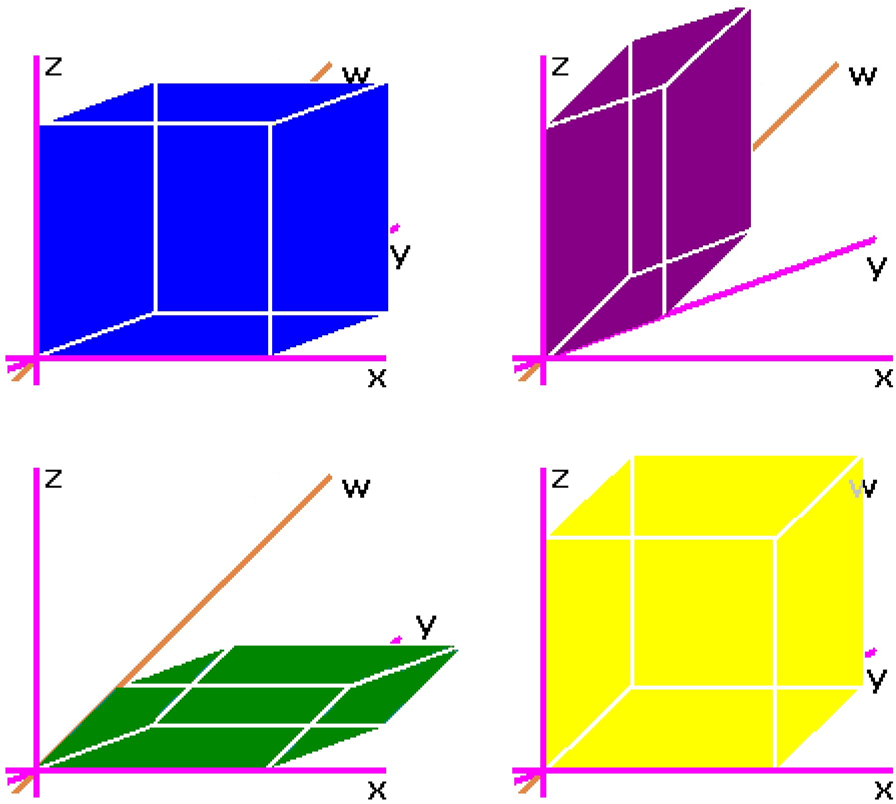
Jinak!

Zvětšování 4D prostoru, v jedné z šestnáctin 4D prostoru, ať se projeví ve všech čtyřech směrech (*obr. 9.10.a, 9.10.b*). Roh (č. 16) 4D krychličky zůstává v počátku souřadnic. Ostatních patnáct rohů se mu vzdálilo.

9.4. Šestnáctinové stěny

Nakonec ještě pokus přiblížit se neohraničeným 4D prostorům. A to zobrazením stěn jedné z šestnáctin. Ve smyslu hledání 1D tvorů, kteří by byli schopni přiblížit si kvadrant znázorněním dvou poloos ve svém světě, avšak 2D prostor mezi nimi by nepochopili.

- Kvadrant je vyznačený vždy **dvěma** 1D poloosami
- Každý z osmi oktantů ve 3D prostoru je oddělený vždy **třemi** rovinnými stěnami
- Pak šestnáctina je od ostatních oddělená **čtyřmi** objemy (*obr. 11., 12.*). Každá z krychlí, zkresleně promítnutých, je určená třemi kladnými poloosami. V průsečíku os je roh č. 1, s kladnými poloosami x y z w (*dle obrázků 7. a 8.1.*).



Obr. 9.11. Čtyři objemy, jež vymezují šestnáctinu

9.5. Připomínka

Šestnáctiny jsou pouze matematickým prostředkem, jenž rozdělí prostor na části. Ve skutečnosti všechny naznačené čtyřkrychličky (16×) patří do nerozděleného 4D prostoru.

Obrázky můžou prohloubit názor na **konstrukční** provedení 4D prostoru.

~ ~ ~

www.tichanek.cz bohumir@tichanek.cz vydáno 13. 8. 2017 (od 13. 12. 2013)